Quinta parte

Sustituibilidad entre deportistas

Planteamiento del problema

En los deportes de equipo, sobre todo en alta competición, se ha hecho cada vez más frecuente la costumbre, convertida en necesidad, de disponer en la plantilla de jugadores capaces de realizar las mismas tareas, es decir ocupar la misma posición en el equipo.

Son muchas las circunstancias que obligan a recurrir a sustituciones. Entre ellas se pueden citar lesiones, bajo rendimiento en un determinado momento, advertencia de expulsión por parte de los jueces, cansancio, etc. o, simplemente el deseo de conseguir una regularidad, en alto rendimiento, de un equipo que debe participar en varias competiciones.

Disponer de un grupo, más o menos numeroso, al que recurrir con el convencimiento de que el nivel de juego no va a resentirse es, a nuestro entender, una garantía y tranquilidad para el equipo técnico.

Somos conscientes de que un planteamiento tan general como el realizado tiene solución a partir de varios caminos. Nos proponemos describir algunos de ellos, utilizados en muchas ocasiones para dar solución a distintos problemas y del que nosotros mismos nos hemos servido para resolver importantes aspectos del marketing[i]. No se trata, pues, de unas técnicas originales aunque sí relativamente recientes. La singularidad consiste en emplearlas en el ámbito de la gestión deportiva.

Hemos insistido, reiteradamente, sobre la enorme importancia del concepto de subconjunto borroso como descriptor de un objeto, sea éste físico o mental (de una cualidad, de una persona, de un grupo de personas, etc.) como consecuencia de su capacidad para explicar las realidades complejas que exigen un alto grado de matización para ser convenientemente captadas. Es por ello que con harta frecuencia hemos recurrido, para describir a un deportista, a subconjuntos borrosos del referencial de sus cualidades, características o singularidades. No vamos a cambiar en esta ocasión. ¿Para qué hacerlo, si los resultados obtenidos hasta ahora han sido satisfactorios?

Así, pues, partimos de la plantilla de un equipo que compite en un determinado deporte, la cual se halla formada por un número finito de jugadores, normalmente superior al que participa en un determinado encuentro. Vamos a representarlos por letras minúsculas, formando un conjunto:

$$\{a, b, c, \ldots, m\}$$

Por otra parte, para el ejercicio de sus actividades deportivas es necesario un determinado número, también finito, de cualidades, características y singularidades, que, asimismo, las reunimos en un conjunto:

$$\{A, B, C, \ldots, N\}$$

Una vez especificados los jugadores del equipo y las cualidades, características o singularidades consideradas necesarias o convenientes, procede "describir" cada deportista, a, b, …, m, mediante un subconjunto borroso del referencial de las cualidades, características y singularidades A, B, …, N. Se tendrá, de esta manera, tantos subconjuntos borrosos como deportistas candidatos:

$$\begin{array}{cccccc} & A & B & & N \\ \underset{\sim}{i} = & \boxed{\mu_A^{(i)}} & \boxed{\mu_B^{(i)}} & \cdots & \boxed{\mu_N^{(i)}} \end{array}$$

$$i = a, b, c, \ldots, m$$

en donde, como es habitual $\mu_j^{(i)}$, j = A, B, …, N, representa el nivel al cual el jugador i posee la cualidad, característica o singularidad j.

La sustituibilidad entre dos jugadores

Recordemos, a continuación, cómo, a partir de la descripción de cada deportista mediante un subconjunto borroso, es posible conocer el "grado" de semejanza existente entre ellos. Esto sí, considerados únicamente de dos en dos. Se trata, en definitiva, de unas agrupaciones en las cuales sólo existen dos jugadores en cada una de ellas. Para ello recurriremos, una vez más, al concepto de distancia de Hamming.

No por reiterativo, debemos olvidar que el concepto de distancia pone en evidencia el grado de desemejanza entre dos deportistas, teniendo en cuenta ciertas habilidades consideradas significativas. Así, pues, cuanto mayor sea la distancia, más "separados", o más distintos si se quiere, serán los jugadores considerados. Veremos seguidamente cómo, a partir de la complementariedad, se consigue un grado de "acercamiento", es decir de semejanza, que es el primer objetivo buscado.

Reproducimos, a continuación, la fórmula de la distancia relativa de Hamming:

$$\delta(i, k) = \frac{1}{Car.j}\left(\sum_{j=A}^{N} \left|\mu_j^{(i)} - \mu_j^{(k)}\right|\right),$$

$$i, k = a, b, \ldots, m$$

$$j = A, B, \ldots, N$$

Si se calculan todas las distancias entre deportistas, la de a con b, a con c, … b con a, b con c, … l con m, y se reúnen convenientemente, se puede formar una matriz que se acostumbra a llamar matriz de distancias. Si a la distancia de a con b, $\delta(a, b)$, se escribe δ_{ab}; la distancia de a con c, $\delta(a, c)$, se indica mediante el símbolo δ_{ac}, … y así sucesivamente, se halla una matriz tal como la siguiente:

$$[D] = \begin{array}{c|cccc|} & a & b & & M \\ \hline A & \delta_{aa} & \delta_{ab} & \cdots & \delta_{am} \\ B & \delta_{ba} & \delta_{bb} & \cdots & \delta_{bm} \\ & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ M & \delta_{ma} & \delta_{mb} & \cdots & \delta_{mm} \end{array}$$

$$\delta_{ik} \in [0, 1]$$

$$i, k = a, b, \ldots, m$$

Por la propia naturaleza de las distancias, esta matriz [D] posee ciertas características que la hacen importante para nuestros objetivos. En efecto, la distancia de un deportista consigo mismo es nula. No existe desemejanza. Por ello, todas las δ_{ii} serán iguales a cero:

$$\delta_{aa} = \delta_{bb} = \ldots = \delta_{mm} = 0$$

Se dice, entonces, que, como la diagonal principal de la matriz esta compuesta de ceros, la matriz es antireflexiva.

Por otra parte, la distancia de un deportista i con un deportista k, δ_{ik}, es igual a la distancia entre el deportista k y el deportista i, δ_{ki}. Y ello es cierto en la comparación de todos los deportistas, de dos en dos. Se escribe:

$$\delta_{ab} = \delta_{ba}, \ \delta_{ac} = \delta_{ca}, \ \ldots, \ \delta_{lm} = \delta_{ml}$$

La matriz que posee estas características, tiene la propiedad de simetría. Pues bien, toda matriz antireflexiva y simétrica representa una relación de desemejanza[2].

Pero como lo que buscamos es un "acercamiento" entre jugadores y no un alejamiento será necesario convertir la matriz de desemejanza en una matriz de semejanza. Para ello bastará obtener el complemento a la unidad de cada una de las distancias δ_{ik}, y, por tanto;

$$s_{ik} = 1 - \delta_{ik} \quad ,$$

$$i, k = a, b, \dots, m$$

En efecto, dado que nos movemos en el intervalo [0, 1], si el "alejamiento" de i en relación con k es 0.3, el "acercamiento" entre dos deportistas será 1 – 0.3 = 0.7. Si se acepta esta premisa, la obtención de la correspondiente matriz de semejanza, [S], resulta inmediata. La presentamos a continuación:

$$[S] = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ \\ m \end{array} \begin{array}{cccc} a & b & & M \\ s_{aa} & s_{ab} & \dots & s_{am} \\ s_{ba} & s_{bb} & \dots & s_{bm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{ma} & s_{mb} & \dots & s_{mm} \end{array}$$

$$s_{ik} \in [0, 1]$$

$$i, k = a, b, \dots, m$$

Habida cuenta de que cada uno de los elementos de la matriz [S] es el complemento a la unidad de los de la [D], esta matriz será reflexiva y simétrica y, por tanto, representa una relación de semejanza, que es lo que pretendíamos hallar. Cada una de las s_{ik} proporciona el grado de acercamiento de un jugador i con respecto a un jugador k.

Hecha esta breve referencia teórica, vamos a pasar sin más a desarrollar un supuesto práctico. Para ello, vamos a considerar un equipo que inicia la competición en un determinado deporte, para lo cual dispone de 10 deportistas:

$$\{a, b, c, d, e, f, g, h, l, q\}$$

A efectos de agrupación homogénea se consideran únicamente 4 cualidades, características o singularidades:

$$\{A, B, C, D\}$$

La descripción de cada uno de los 10 jugadores tiene lugar mediante un subconjunto borroso de sus 4 habilidades. Realizadas las consiguientes pruebas y obtenidas las necesarias informaciones se han podido construir los siguientes subconjuntos borrosos:

	A	B	C	D
a =	.8	.4	1	.6
b =	.3	1	.7	1
c =	.5	.9	.6	.9
d =	.9	.6	.5	.7
e =	.2	.7	.9	.5

	A	B	C	D
f =	1	.8	.9	.6
g =	.4	.8	.9	.7
h =	.6	.5	.8	1
l =	.7	.9	.9	.5
q =	1	.9	.9	.8

Corresponde, ahora, hallar las distancias relativas de Hamming. Detallamos el cálculo para algunas de ellas, para presentar, únicamente, el resultado, para las demás:

$\delta_{a\,b} = 1/4\ (|.8 - .3| + |.4 - 1| + |1 - .7| + |.6 - 1|) = 1/4\ (.5 + .6 + .3 + .4) = 1.8/4 = 0.450$

$\delta_{a\,c} = 1/4\ (|.8 - .5| + |.4 - .9| + |1 - .6| + |.6 - .9|) = 1/4\ (.3 + .5 + .4 + .3) = 1.5/4 = 0.375$

$\delta_{a\,d} = 1/4\ (|.8 - .9| + |.4 - .6| + |1 - .5| + |.6 - .7|) = 1/4\ (.1 + .2 + .5 + .1) = .9/4 = 0.225$

$\delta_{a\,e} = 1/4\ (|.8 - .2| + |.4 - .7| + |1 - .9| + |.6 - .5|) = 1/4\ (.6 + .3 + .1 + .1) = 1.1/4 = 0.275$

$\delta_{a\,f} = 1/4\ (|.8 - 1| + |.4 - .8| + |1 - .9| + |.6 - .6|) = 1/4\ (.2 + .4 + .1 + 0) = .7/4 = 0.175$

$\delta_{a\,g} = 0.250$, $\delta_{a\,h} = 0.225$, $\delta_{a\,l} = 0.200$, $\delta_{a\,q} = 0.250$,

$\delta_{b\,a} = 0.125$, $\delta_{b\,d} = 0.375$, $\delta_{b\,e} = 0.275$, $\delta_{b\,f} = 0.375$, $\delta_{b\,g} = 0.200$,

$\delta_{b\,h} = 0.225$, $\delta_{b\,l} = 0.300$, $\delta_{b\,q} = 0.300$, $\delta_{c\,d} = 0.250$, $\delta_{c\,e} = 0.300$,

$\delta_{c\,f} = 0.300$, $\delta_{c\,g} = 0.175$, $\delta_{c\,h} = 0.200$, $\delta_{c\,l} = 0.225$, $\delta_{c\,q} = 0.225$,

$\delta_{d\ e} = 0.350$, $\delta_{d\ f} = 0.200$, $\delta_{d\ g} = 0.275$, $\delta_{d\ h} = 0.250$, $\delta_{d\ l} = 0.275$,

$\delta_{d\ q} = 0.225$, $\delta_{e\ f} = 0.250$, $\delta_{e\ g} = 0.125$, $\delta_{e\ h} = 0.300$, $\delta_{e\ l} = 0.175$,

$\delta_{e\ q} = 0.325$, $\delta_{f\ g} = 0.175$, $\delta_{f\ h} = 0.300$, $\delta_{f\ l} = 0.125$, $\delta_{f\ q} = 0.075$,

$\delta_{g\ h} = 0.225$, $\delta_{g\ l} = 0.150$, $\delta_{g\ q} = 0.200$, $\delta_{h\ l} = 0.275$, $\delta_{h\ q} = 0.275$,

$\delta_{l\ q} = 0.150$

Pasamos a colocar estas distancias en forma de matriz:

[D] =

	a	b	c	d	e	f	G	h	l	q
a	0	.450	.375	.225	.275	.175	.250	.225	.200	.250
b		0	.125	.375	.275	.375	.200	.225	.300	.300
c			0	.250	.300	.300	.175	.200	.225	.225
d				0	.350	.200	.275	.250	.275	.225
e					0	.250	.125	.300	.175	.325
f						0	.175	.300	.125	.075
g							0	.225	.150	.200
h								0	.275	.275
l									0	.150
q										0

Se observará que en toda diagonal principal hemos colocado ceros, habida cuenta que la distancia, la desemejanza, entre un jugador consigo mismo es nula. Por otra parte la semimatriz de la parte inferior se ha dejado vacía. En realidad habría que colocarle las mismas distancias existentes en la parte superior. Así, en la casilla (b, a) aparecería 0.450, la misma cifra que hay en la casilla (a, b); en la casilla (c, a) debería colocarse 0.375 igual que existe en (a, c), y así sucesivamente, como consecuencia de la ya anunciada propiedad de simetría.

Ahora bien, lo que realmente interesa no son las relaciones de desemejanza sino las de semejanza. Para ello bastará hallar el complemento a la unidad de cada uno de los elementos de la matriz [D]. Nada más sencillo:

$s_{a\ b} = 1 - 0.450 = 0.550$

$s_{a\ c} = 1 - 0.375 = 0.625$

$s_{a\ \ d} = 1 - 0.225 = 0.775$

………………………

$s_{h\ \ q} = 1 - 0.275 = 0.725$

$s_{l\ \ \ q} = 1 - 0.150 = 0.850$

A partir de estos datos se construye la buscada matriz [S] de acercamiento, es decir de semejanza. Es, en este caso, la siguiente:

[S] =

	a	b	C	d	e	f	G	h	l	q
a	1	.550	.625	.775	.725	.825	.750	.775	.800	.750
b		1	.875	.625	.725	.625	.800	.775	.700	.700
c			1	.750	.700	.700	.825	.800	.775	.775
d				1	.650	.800	.725	.750	.725	.775
e					1	.750	.875	.700	.825	.675
f						1	.825	.700	.875	.925
g							1	.775	.850	.800
h								1	.725	.725
l									1	.850
q										1

Una simple mirada a esta matriz es suficiente para agrupar, de dos en dos, los deportistas que se hallan más próximos. Y ello a partir del "grado" de acercamiento. Queda claro, así, que los jugadores $\underline{f}$ y $\underline{q}$ son prácticamente sustituibles ya que poseen un grado de semejanza muy elevado, concretamente de 0.925. Otros deportistas pueden formar grupos sustituibles. Por ejemplo, $\underline{b}$ y $\underline{c}$ con un grado 0.875, el mismo que poseen $\underline{e}$ y $\underline{g}$ así como $\underline{f}$ y $\underline{l}$. Bajando un poco en la exigencia aparecen otras agrupaciones. En efecto, $\underline{g}$ y $\underline{l}$ además de $\underline{l}$ y $\underline{q}$ son mutuamente sustituibles por pares a un grado 0.850. Y así se podría continuar con lo que se obtienen las siguientes agrupaciones:

Grado = 0.925 : f , q

Grado ≥ 0.875 : f , q
b , c
e , g
f , l

Grado ≥ 0.850 : f , q

: b , c

e , g

f , l

g , l

l , q

…………………………….

Es evidente que, a medida que se desciende en la exigencia del grado de semejanza, el número de pares de jugadores sustituibles entre sí aumenta, como consecuencia de añadir a los pares con un grado superior los del grado considerado.

Insistamos en un aspecto, por demás evidente. Hasta ahora la sustituibilidad entre jugadores tiene lugar <u>únicamente</u> por pares. Esta afirmación puede inducir a la siguiente cuestión. Si, por ejemplo, al nivel 0.875 <u>f</u> y <u>q</u> son sustituibles y también lo son <u>f</u> y <u>l</u>, porqué no lo pueden ser <u>a este mismo nivel</u> <u>q</u> y <u>l</u>. En otras palabras ¿existe relación transitiva entre <u>f</u>, <u>q</u>, <u>l</u>?. A este estadio de nuestra exposición no es posible ofrecer una respuesta con carácter de generalidad. Ésta es la que buscaremos a continuación. De hallarla, se conseguirán agrupaciones, a los distintos niveles, no sólo de dos jugadores, sino de tres, cuatro, etc. según las exigencias.

La formación de grupos de jugadores sustituibles

Como paso previo al proceso de agrupación homogénea es necesario establecer el grado o nivel al cual se desea la semejanza entre los deportistas agrupados. Es evidente que la sustituibilidad perfecta no existe o existe raramente. Quizás tampoco sea tan absolutamente necesaria. La mayor parte de las veces basta con un nivel suficientemente elevado para que la sustitución cumpla su cometido. Para conseguir un tratamiento del problema, correcto teórica y prácticamente, se ha propuesto descomponer la matriz de semejanza [S] en los distintos niveles. A estos niveles se les acostumbra a designar por la letra griega α y, de ahí, se deriva la denominación de “descomposición de la matriz por α-cortes”. Los posibles “cortes” (valores de α) vienen dados por los valores distintos de los elementos de la matriz [S]. Se observa, en nuestro caso, que son:

$$\alpha = 1 \quad , \quad \alpha \geq 0.925 \quad , \quad \alpha \geq 0.875 \quad , \quad \alpha \geq 0.850 \quad , \quad \alpha \geq 0.825$$

$\alpha \geq 0.800$, $\alpha \geq 0.775$, $\alpha \geq 0.750$, $\alpha \geq 0.725$, $\alpha \geq 0.700$

$\alpha \geq 0.675$, $\alpha \geq 0.650$, $\alpha \geq 0.625$, $\alpha \geq 0.550$

Al "cortar" la matriz [S] por cada uno de estos valores de α, se obtiene una matriz booleana. En nuestro supuesto se tendrán, pues, 14 matrices. Vamos a reproducir algunas de ellas, empezando por el máximo nivel $\alpha = 1$:

$[B_1]$ =

	a	b	c	D	e	f	g	h	l	q
a	1									
b		1								
c			1							
d				1						
e					1					
f						1				
g							1			
h								1		
l									1	
q										1

Continuamos con el siguiente nivel $\alpha \geq 0.925$:

$[B_{0.925}]$ =

	a	b	c	d	e	f	g	h	l	q
a	1									
b		1								
c			1							
d				1						
e					1					
f						1				1
g							1			
h								1		
l									1	
q										1

Seguimos con el nivel $\alpha \geq 0.875$:

	a	b	c	d	e	f	g	h	l	q
a	1									
b		1	1							

$[B_{0.875}] =$

c			1							
d				1						
e					1		1			
f						1			1	1
g							1			
h								1		
l									1	
q										1

Veamos la matriz booleana al nivel $\alpha \geq 0.850$:

$[B_{0.850}] =$

↗	a	b	c	d	e	f	g	h	l	q
a	1									
b		1	1							
c			1							
d				1						
e					1		1			
f						1			1	1
g							1		1	
h								1		
l									1	1
q										1

Y así se irían obteniendo matrices booleanas, a medida que se fueran llenando de unos las casillas en que hubiera valores iguales o superiores al nivel de α considerado.

Lo más habitual, que coincide con lo operativo a efectos prácticos, consiste en escoger un nivel mínimo para el cual se acepta la homogeneidad a efectos de posibilidades de sustitución entre los deportistas formativos de cada grupo. Continuando con nuestro supuesto vamos a establecer, a estos efectos, el nivel $\alpha \geq 0.775$.

La correspondiente matriz booleana es:

↗	a	b	c	d	e	f	g	h	l	q
a	1			1		1		1	1	
b		1	1				1	1		

$[B_{0.775}] =$

c			1				1	1	1	1
d				1		1				1
e					1		1		1	
f						1	1		1	1
g							1	1	1	1
h								1		
l									1	1
q										1

Antes de continuar, reiteremos, una vez más, que por la propiedad de simetría, inherente a las matrices de semejanza, en la semimatriz de la parte inferior de la diagonal principal aparecerían unos en las casillas correspondientes. Hecha de nuevo esta advertencia, continuamos con nuestro desarrollo.

La matriz booleana $[B_{0.775}]$ muestra las agrupaciones de jugadores sustituibles, de dos en dos, al nivel $\alpha \geq 0.775$, considerado suficiente.

Y es precisamente el tratamiento adecuado de esta matriz lo que nos llevará a la formación de grupos homogéneos de dos o más jugadores mutuamente sustituibles. Para ello, no lo olvidemos, deberá cumplirse, en cada grupo homogéneo hallado, la propiedad transitiva[3]. Cuando se cumplen en una matriz las tres propiedades reflexiva, simétrica y transitiva, se dice que nos hallamos ante una matriz o relación de "similitud". Se tratará, pues, de obtener a partir de la matriz de semejanza una matriz o varias submatrices de similitud, de tal manera que cada una de ellas recoja el mayor número posible de jugadores. En términos más técnicos, se trata de conseguir las "subrelaciones máximas de similitud".

Existen varios procedimientos de cálculo capaces de llevarnos hasta este objetivo. Por su sencillez y capacidad de ser utilizado por los ordenadores hemos elegido un algoritmo elaborado por Enri Pichat[4]. A continuación reproducimos las etapas de este procedimiento de cálculo:

1) Se parte de una relación booleana de semejanza en la que los elementos de las filas y columnas representan a los deportistas.

2) Únicamente se considera de la relación booleana la parte superior de la diagonal principal incluida ésta.

3) Consideramos, sucesivamente, una fila representativa de un jugador después de otra, empezando por la primera, realizando las siguientes operaciones:

   a) en cada fila (deportista) se multiplican los elementos de las columnas (deportistas) correspondientes a las casillas vacías (en las que no hay unos).

   b) el producto obtenido para cada fila se suma (booleanamente) con el elemento representativo de su fila (jugador).

4) Se obtiene el producto booleano de las sumas halladas para cada fila en los términos siguientes:

   a) no se tienen en cuenta las filas (deportistas) en las que no hay vacíos.

   b) si en el resultado del producto booleano de sumas se repite su sumando, se tiene en cuenta sólo uno de ellos (i + i = i).

   c) cuando un sumando resultante posee los mismos elementos (jugadores) que otro y alguno más, se suprime el que tiene más elementos (jugadores). (i + k.ip) = i).

5) El resultado obtenido es una suma de productos. Se halla el complemento en relación con el referencial (totalidad de deportistas). Cada uno de los sumandos del complemento es una subrelación máxima de similitud.

Vamos a aplicar este algoritmo a la matriz booleana [$B_{0.775}$], en la que, desde el inicio, sólo se han explicitado los unos (agrupación homogénea de jugadores tomados de dos en dos) de la diagonal principal y los existentes encima de ella.

Para cada fila se halla la suma de productos de las casillas vacías:

fila a	:	a + bcegq
b	:	b + deflq
c	:	c + def
d	:	d + eghl
e	:	e + fhq
f	:	f + h

g : no se tiene en cuenta

h : h + lq

Realicemos el producto booleano de estas sumas en los términos especificados en el algoritmo:

J = (a + bcegq) (b + deflq) (c + def) (d + eghl) (e + fhq) (f + h) (h + lq) =

= (a + bcegq) (b + deflq) (c + def) (d + eghl) (e + fhq) (~~fh~~ + flq + h + ~~hlq~~)

= (a + bcegq) (b + deflq) (c + def) (d + eghl) (eflq + eh + ~~fhlq~~ + fhq)

= (a + bcegq) (b + deflq) (c + def) (deflq + deh + dfhq + ~~efghlq~~ + eghl + ~~efghlq~~)

= (a + bcegq) (b + deflq) (cdeflq + cdeh + cdfhq + ceghl + deflq + defh + ~~defhq~~ + ~~defghl~~)

= (a + bcegq) (bcdeflq + bcdeh + bcdfhq + bceghl + ~~bdeflq~~ + bdefh + ~~cdeflq~~ ~~cdefhlq~~ + ~~cdefhlq~~ + ~~cdefghlq~~ + deflq + ~~defhlq~~)

= ~~abcdeflq~~ + abcdeh + abcdfhq + abceghl + abdefh + adeflq + bcdefglq + bcdeghq + bcdefghq + ~~bceghlq~~ + bcdefghq + ~~bcdefglq~~

Se ha obtenido la siguiente suma de productos booleanos:

J = abcdeh + abcdfhq + abceghl + abdefh + adeflq + bcdefglq + bcdeghq + bceghlq

A partir de este polinomio se halla el complemento de cada uno de sus términos con respecto al referencial:

$\bar{J}$ = fglq + egl + dfq + cglq + bcgh + ah + afl + adf

Cada uno de estos sumandos forma un grupo de jugadores sustituibles entre sí (dentro de cada grupo, evidentemente) al nivel de homogeneidad escogido, que, en nuestro caso es $\alpha \geq 0.775$. Se han formado, así, los 8 grupos de deportistas siguientes:

fglq , egl, dfq, cglq, bcgh, ah, afl, adf

Vamos a formar las submatrices correspondientes a estas ocho agrupaciones a partir de la matriz $[B_{0.775}]$, colocando los unos que existen en las respectivas casillas. Se tiene:

↗	f	g	l	q
f	1	1	1	1
g		1	1	1
l			1	1
q				1

↗	e	g	l
e	1	1	1
g		1	1
l			1

↗	d	f	q
d	1	1	1
f		1	1
q			1

↗	c	G	l	q
c	1	1	1	1
g		1	1	1
l			1	1
q				1

↗	b	c	g	h
b	1	1	1	1
c		1	1	1
g			1	1
h				1

↗	a	H
a	h	1
g		1

↗	a	f	l
a	1	1	1
f		1	1
l			1

↗	a	d	f
a	1	1	1
d		1	1
f			1

Se observa que la diagonal principal y todas las casillas situadas encima están llenas de unos. En realidad, por la propiedad de simetría lo estaría toda la matriz. Es una buena comprobación de que los cálculos booleanos realizados son correctos.

Vamos a realizar unas breves consideraciones en torno a los resultados obtenidos.

Existen jugadores, en nuestro caso b y e, que sólo pertenecen a un grupo. Esto indica una cierta rigidez, ligada quizás a una falta de polivalencia[5], lo cual no implica falta de sustituibilidad. En efecto b es sustituible con c, g, h y e lo es con g, l. En cambio otros deportistas, además de ser sustituibles con otros en un grupo, lo son también con jugadores pertenecientes a otros grupos. Este es el caso, por ejemplo de f quien es sustituible con g, l, q, por un lado, con d, q, por otro, también con a, l y finalmente con a, d. Sucede lo propio con g que pertenece, también, a cuatro grupos. De esta manera, resulta que f es sustituible con a, d, g, l, q, normalmente en varias posiciones (concretamente cuatro). En cuanto a g se comprueba que es sustituible con los jugadores b, c, e, f, h, l, q.

Reiteramos, una vez más, que por el hecho de que un deportista sea sustituible con otros, éstos no siempre son sustituibles entre sí. Sólo lo son si pertenecen al mismo grupo.

Otro aspecto merece especial atención. En el inicio de la exposición de este tema se ha utilizado la distancia de Hamming para obtener el grado o nivel de alejamiento existente entre dos deportistas. Pues bien, en el cálculo de la distancia relativa, tal como es preceptivo, se han sumado las diferencias (en valor absoluto) entre los niveles que se posee de cada cualidad, característica o singularidad por los 2 jugadores dividiendo la suma por el número de habilidades consideradas. Totalmente correcto. Ahora bien, al actuar de esta manera se ha admitido, implícitamente, la hipótesis según la cual todas las habilidades son igualmente importantes. Esto no es nuevo. Recordemos que sucedía lo mismo al utilizar este interesante instrumento para el desarrollo de las técnicas de fichaje de un deportista (primera parte de esta obra). En el problema que nos atañe ahora, no vamos a inventar nada más de lo que ya disponemos y funciona correctamente. Si se considera que unas cualidades, características o singularidades son más importantes que otras bastará asignarles un "peso" superior en un proceso de ponderación. Se sustituiría, así, una media simple (distancia de Hamming) por una media ponderada. Hacemos gracia de desarrollar analíticamente cuanto acabamos de exponer puesto que ha sido profusamente explicado en las primeras páginas de este libro.

Terminemos este apartado haciendo hincapié en la enorme importancia que tiene para las sociedades anónimas deportivas y clubes disponer de las preciosas informaciones relativas a los grupos de deportistas mutuamente sustituibles entre sí, sobre todo en la alta competición y en un contexto en el que la profusión de encuentros exige altos rendimientos junto a una regularidad en el nivel del juego. Por éste y otros motivos, que sería prolijo enumerar, nos proponemos presentar un nuevo esquema como alternativa al que acabamos de exponer.

La agrupación por afinidades de jugadores mutuamente sustituibles

El esquema que vamos a proponer parte, como el anterior, de la descripción de cada uno de los deportistas disponibles mediante su subconjunto borroso de las cualidades, características o singularidades consideradas necesarias para el desarrollo del juego. Así, pues, se dispone de los subconjuntos borrosos expresados de la siguiente manera:

$$\begin{array}{cccccc} & A & B & & N \\ \underset{\sim}{i} = & \boxed{\mu_A^{(i)}} & \boxed{\mu_B^{(i)}} & \cdots & \boxed{\mu_N^{(i)}} \end{array}$$

$i = a, b, c, \ldots, m$

$\mu_j^{(i)} \in [0, 1]$, $j = A, B, \ldots, N$

El tratamiento de estos subconjuntos borrosos, descriptores de cada uno de los jugadores, va a sufrir un cambio profundo. Abandonamos la idea de distancia de Hamming que elimina, ya desde un inicio, las informaciones relativas a las cualidades, características y singularidades. Nuestro objetivo va mucho más lejos. Pretendemos que en los grupos homogéneos que se formen con deportistas sustituibles entre sí, aparezcan explícitamente enumeradas aquellas habilidades que poseen <u>todos</u> los componentes del grupo, evidentemente al nivel inicialmente escogido. De esta manera, en cualquier época de la temporada deportiva o en cualquier momento de un encuentro, según las cualidades, características o singularidades más apremiantes se podrá saber a qué grupo recurrir para realizar las correspondientes sustituciones.

Un aspecto, relativo al ámbito técnico, merece especial consideración. El algoritmo de Pichat utilizado hasta ahora exige tomar como base una matriz cuadrada, reflexiva y simétrica. Un caso, pues, particular de matriz. Si deseamos continuar explicitando jugadores por una parte y habilidades por otra, la matriz no será normalmente cuadrada sino rectangular la mayor parte de las veces. Y ello es así al no coincidir el número de jugadores (filas) con el número de habilidades (columnas). Vamos a empezar de una manera muy simple colocando los subconjuntos borrosos descriptores de cada uno de los deportistas uno de bajo del otro, de manera que, al juntarlos formarán una matriz borrosa $[\underset{\sim}{R}]$:

$$[\underset{\sim}{R}] = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & A & B & & N \\ a & \mu_A^{(a)} & \mu_B^{(a)} & \cdots & \mu_N^{(a)} \\ b & \mu_A^{(b)} & \mu_B^{(b)} & \cdots & \mu_N^{(b)} \\ & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ m & \mu_A^{(m)} & \mu_B^{(m)} & \cdots & \mu_N^{(m)} \end{array}$$

Para evitar una excesiva abstracción en un trabajo que desea ser de inmediata aplicación, pasamos a exponer un supuesto práctico. Para ello vamos a considerar una Sociedad Anónima Deportiva que desea agrupar homogéneamente sus jugadores en vistas a una eventual intercambiabilidad. Para no alargar innecesariamente el aspecto operativo de este planteamiento, nos limitaremos a 10 deportistas y 4 cualidades, como en el desarrollo anterior, en el bien entendido que la ampliación a cualquier número finito de unos y otros no altera, en lo más mínimo, la validez del modelo.

Consideramos los mismos subconjuntos borrosos descriptores de los deportistas, utilizados en el supuesto precedente, que reproducimos a continuación:

	A	B	C	D
a =	.8	.4	1	.6

	A	B	C	D
f =	1	.8	.9	.6

	A	B	C	D
b =	.3	1	.7	1

	A	B	C	D
g =	.4	.8	.9	.7

	A	B	C	D
c =	.5	.9	.6	.9

	A	B	C	D
h =	.6	.5	.8	1

	A	B	C	D
d =	.9	.6	.5	.7

	A	B	C	D
l =	.7	.9	.9	.5

	A	B	C	D
e =	.2	.7	.9	.5

	A	B	C	D
q =	.1	.9	.9	.8

A partir de estas informaciones resulta inmediata la formación de una matriz borrosa [R] en la cual las filas describirán las habilidades de cada uno de los deportistas y las columnas los niveles de cada una de estas cualidades, características o singularidades que son poseídas por todos los deportistas considerados.

[R] =

	A	B	C	D
a	.8	.4	1	.6
b	.3	1	.7	1
c	.5	.9	.6	.9
d	.9	.6	.5	.6
e	.2	.7	.9	.5
f	1	.8	.9	.6
g	.4	.8	.9	.7
h	.6	.5	.8	1
l	.7	.9	.9	.5
q	.1	.9	.9	.8

Una vez conseguidas estas informaciones surge la necesidad de adoptar una importante decisión concerniente al grado de homogeneidad deseada para <u>cada</u> cualidad, característica y singularidad. En efecto, si tomamos como ejemplo un deporte como el fútbol y una habilidad tal como el "control del balón", es evidente que desde un control perfecto (grado uno) hasta una total ausencia de esta cualidad (grado cero) existe una casi infinita gama de niveles. El problema en este momento comporta establecer hasta qué grado se considera bueno el control del balón por parte de un jugador y, por tanto, se acepta que posee esta habilidad. Si se toma la decisión de que un grado 0.8 es suficiente, entonces todos los deportistas que posean esta cualidad en un nivel 0.8 o superior serán aceptados como buenos (es decir sí la poseen) en la habilidad de controlar el balón.

Cuanto acabamos de exponer equivale, en el lenguaje de la matemática de la incertidumbre, a establecer para cada cualidad, características y singularidad un umbral en [0, 1], que se acostumbra a designar con la letra griega θ. Así, para cada habilidad se impone un umbral, existiendo, entonces, tantos umbrales como elementos del referencial de las cualidades, características y singularidades. En general se tendrá:

$$0 \leq \theta_j \leq 1 \ , \ j = A, B, \ldots, N$$

Una vez determinados los valores de las θ_j, j = A, B, …, N, se comparan las valuaciones de cada columna con el umbral que les atañe. Si se cumple que la valuación es igual o superior al umbral, entonces se considera que el deportista posee la habilidad de referencia y en una nueva matriz se coloca un uno en la casilla correspondiente. En caso contrario se coloca un cero. Esto se puede escribir:

$$\mu_j^{(i)} \geq \theta_j \quad , \quad \beta_j^{(i)} = 1$$

$$\mu_j^{(i)} < \theta_j \quad , \quad \beta_j^{(i)} = 0 \quad , \quad \begin{array}{l} i = a, b, \ldots, m \\ j = A, B. \ldots, N \end{array}$$

Con ello se obtiene una nueva matriz en la cual las casillas sólo contendrán unos o ceros. Con objeto de conseguir una presentación más clara se acostumbra omitir los ceros de la matriz, dejando la casilla vacía. No habrá escapado a la perspicacia del lector que se trata de una matriz booleana, que designaremos por [B]. En general se puede presentar de la siguiente manera:

$$[B] = \begin{array}{c|cc c c} & A & B & & N \\ \hline a & \beta_A^{(a)} & \beta_B^{(a)} & \ldots & \beta_N^{(a)} \\ b & \beta_A^{(b)} & \beta_B^{(b)} & \ldots & \beta_N^{(b)} \\ & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ m & \beta_A^{(m)} & \beta_B^{(m)} & \ldots & \beta_N^{(m)} \end{array}$$

$$\beta_j^{(i)} \in \{0, 1\}$$
$$i = a, b, \ldots, m$$
$$j = A, B. \ldots, N$$

Si en nuestro supuesto, se consideran como umbrales, los siguientes:

$$\theta_A = 0.7 \ , \theta_B = 0.8 \ , \theta_C = 0.9 \ , \theta_D = 0.7$$

la matriz o relación borrosa [R] se convierte en la siguiente matriz booleana:

[B] =

	A	B	C	D
a	1		1	
b		1		1
c		1		1
d	1			
e			1	
f	1	1	1	
g		1	1	1
h				1
l	1	1	1	
q		1	1	1

Esta matriz puede ser la referencia para que mediante su adecuado tratamiento, se consiga el objetivo perseguido, que consiste en la agrupación homogénea de jugadores capaces de sustituirse mutuamente. Disponemos, a estos efectos, de una teoría al amparo de la cual se han elaborado unos algoritmos cuya utilización está proporcionando excelentes resultados en distintas áreas del ámbito económico y empresarial. Nos referimos a la teoría de las afinidades[6].

Algoritmo para la obtención de afinidades

Vamos a reproducir los pasos de que consta uno de los algoritmos de más fácil utilización y que es conocido como "algoritmo de la correspondencia inversa máxima"[ii].

1) Elección entre el conjunto de deportistas y el conjunto de cualidades, características y singularidades, aquel que posee el menor número de elementos.
2) A partir del conjunto con menor número de elementos se construye su "power set", es decir, el conjunto de todas sus partes (conjunto más potente).

3) Para todo elemento del "power set" se les hace corresponder los elementos del conjunto que no ha sido escogido por tener más elementos. Es la llamada "conexión a la derecha".

4) Se escoge para todo conjunto no vacío de la "conexión a la derecha" el correspondiente del "power set" que posee el mayor número de elementos.

5) Las relaciones entre los dos conjuntos obtenidos forman un retículo de Galois, el cual, además de presentar las distintas agrupaciones homogéneas, permite una perfecta estructuración de las mismas.

La aplicación de este algoritmo al supuesto presentado no plantea problemas mayores. Veámoslo:

1.El conjunto con el menor número de elementos es el de las cualidades, características y singularidades.

$$\{A, B, C, D\}$$

2.El "power set" es, en nuestro caso:

$$\{\varnothing, A, B, C, D, AB, AC, AD, BC, BD, CD, ABC, ABD, ACD, BCD, ABCD\}$$

Obsérvese que el "power set" comprende <u>todas</u> las combinaciones posibles de cualidades, características y singularidades, tomadas de una en una, de dos en dos, de tres en tres y la combinación de las cuatro. De esta manera no puede darse la posesión por parte de jugador alguno de una combinación que no se halle en el "power set".

3.Colocamos los elementos del "power set" en forma de columna a la izquierda, haciendo corresponder a toda combinación posible de cualidades, características o singularidades otra columna a la derecha de la anteriormente citada.

Para obtener estas relaciones basta mirar las columnas de la matriz [B] viendo las casillas en las cuales hay unos, primero de una en una, luego de dos en dos, después de tres en tres, para, finalmente, mirar si en alguna fila hay unos en todas las columnas. Veámoslo, con cierto detalle, en nuestro supuesto.

En la columna A existen unos en las casillas a, d, f, l, lo cual indica que la cualidad, característica o singularidad A la poseen los deportistas a, d, f, l. En la columna B se encuentran unos en las casillas b, c, f, g, l, q. Son éstos, pues, los jugadores que poseen la cualidad, característica o singularidad B. Lo mismo se hace con las columnas C y D.

Se visualizan, después, simultáneamente las columnas A y B y se observa que, únicamente en sus casillas f, l, existen unos en las dos casillas. Esto pone en evidencia que sólo los jugadores f, l se hallan en posesión de las dos cualidades, características o singularidades A y B. Se sigue el proceso mirando las columnas A y C, constatando que existen unos en las dos casillas, en las filas a, f, l, lo cual indica que estos tres deportistas poseen las dos cualidades, características o singularidades A y C. Y así, sucesivamente.

Miramos, a continuación, a la vez las columnas A, B y C, viendo que sólo existen unos, en las tres casillas, en las filas f, l. Son éstos, pues, los deportistas poseedores de las tres cualidades, características o singularidades.

Después de estudiar lo que sucede simultáneamente en las columnas para todos los elementos del "power set", se habrán hallado las siguientes correspondencias:

$\varnothing \rightarrow$ abcdefghlq

A $\rightarrow$ adfl

B $\rightarrow$ bcfglq

C $\rightarrow$ aefglq

D $\rightarrow$ bcghq

AB $\rightarrow$ fl

AC $\rightarrow$ afl

AD $\rightarrow \varnothing$

BC $\rightarrow$ fglq

BD $\rightarrow$ bcgq

CD $\rightarrow$ gq

ABC $\rightarrow$ fl

ABD $\rightarrow \varnothing$

ACD $\rightarrow \varnothing$

BCD $\rightarrow$ gq

ABCD $\rightarrow \varnothing$

Recordemos que, en la relación anterior, la primera columna representa todas las posibles agrupaciones de cualidades, características o singularidades y la segunda columna los grupos de deportistas que las poseen en el grado exigido por el umbral.

En una primera mirada, se constata que no hay jugador alguno que tenga las cualidades, características o singularidades AD (se ha simbolizado con el signo de vacío $\varnothing$). Por tanto, tampoco lo habrá quien posea simultáneamente ABD, ACD ni A, B, C, D (asimismo se ha colocado el vacío $\varnothing$ en sus correspondencias). Estas correspondencias deben, pues, ser apartadas inicialmente del proceso, aunque luego se recupere la última para dar coherencia a la representación gráfica mediante un retículo.

4. Si centramos la atención en la segunda columna, se observa el caso de que unos mismos jugadores tienen correspondencia con más de una agrupación de cualidades, características o singularidades (primera columna). En nuestro supuesto sucede esto en los deportistas gq, los cuales poseen las cualidades CD y también BCD. Pues bien, como BCD comprende CD, se elimina la correspondencia con menos cualidades, características o singularidades (menos letras mayúsculas). Lo mismo sucede con los jugadores f l y las habilidades AB y ABC, eliminando la correspondencia AB $\rightarrow$ f l. Una vez finalizadas estas eliminaciones nos quedan las correspondencias máximas, en el sentido de que para cada grupo de jugadores se tiene el mayor número de habilidades que son capaces de realizar. Para su presentación se ha adquirido la costumbre de invertir las columnas, colocando, en esta ocasión, a la izquierda los grupos homogéneos de jugadores y a la derecha las cualidades, características y singularidades que poseen. Se tiene:

$\varnothing \rightarrow$ ABCD

fl $\rightarrow$ ABC

gq $\rightarrow$ BCD
afl $\rightarrow$ AC
bcgq $\rightarrow$ BD
fglq $\rightarrow$ BC
adfl $\rightarrow$ A
bcghq $\rightarrow$ D

bcfglq $\rightarrow$ B

aefglq $\rightarrow$ C

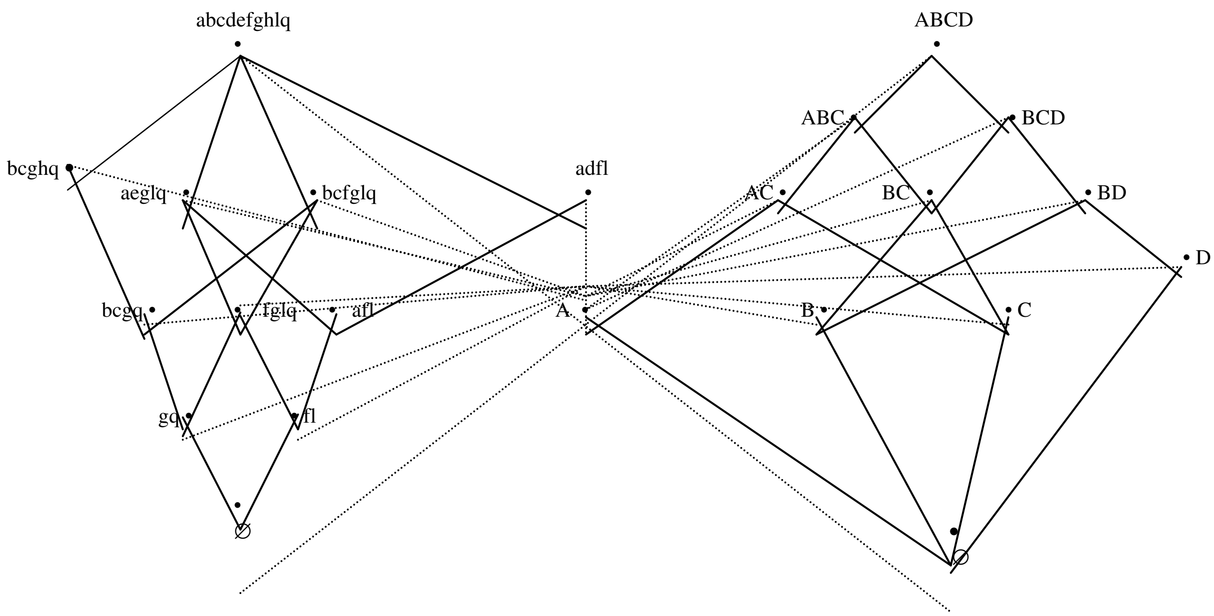
abcdefghlq $\rightarrow \varnothing$

A estas relaciones máximas se les ha dado el nombre de "afinidades", las cuales ponen de manifiesto, de manera inequívoca, las mayores agrupaciones posibles de deportistas capaces de desarrollar, en el grado exigido, el más elevado número de habilidades que les son comunes.

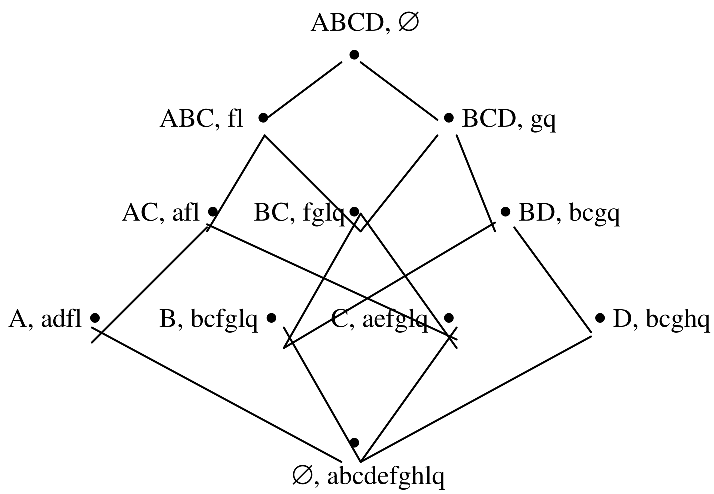
5. Los profesores Kaufmann y Gil-Aluja, en varios de sus trabajos[8] consideran que, a pesar de disponer ya de las afinidades buscadas, es posible mejorar su presentación estructurándolas de manera ordenada, para así facilitar el acto decisional. No olvidemos que el objetivo perseguido es conocer cuáles de los deportistas disponibles en una Sociedad Anónima Deportiva o Club son intercambiables en relación con las cualidades, características o singularidades precisas en un determinado momento o en determinada fase de la actividad deportiva. Para ello han propuesto "organizar" las afinidades recurriendo a un retículo de Galois.

Pero vayamos por pasos. Si se consideran, únicamente, las agrupaciones de deportistas (primera columna) se pueden colocar como vértices de un retículo que se forma a partir de un vértice colocado en la parte inferior al cual se le asigna el vacío $\varnothing$. A partir de él, se trazan tantos arcos como grupos de deportistas en los que no hay jugadores comunes (fl, gq). Estas dos agrupaciones se asignan a los vértices finales de aquellos arcos. Se trazan, seguidamente, tantos arcos a partir de cada vértice final como grupos de jugadores existen, formados por los mismos deportistas más algún otro. Y así, sucesivamente. El retículo se cerrará con un grupo que comprende a todos los deportistas.

Lo mismo se puede hacer con las agrupaciones de cualidades, características y singularidades (segunda columna). Al actuar así, se constatará que la forma del retículo es la misma pero invertida. Se trata, pues, de dos retículos isomorfos. Veámoslo.



Si se gira 90º uno de los retículos y se superponen los dos, se verifica el isomorfismo y se visualizan las afinidades entre los jugadores y las características que poseen en común. Este retículo es un retículo de Galois.



La obtención del retículo de Galois pone punto final al algoritmo. Procede, ahora, el estudio del mismo para, posteriormente, adoptar las decisiones adecuadas a las necesidades deportivas de cada momento.

Contenido y significado del retículo de Galois

El retículo de Galois presenta, de manera ordenada y sistemática, no sólo la totalidad de las afinidades existentes entre los deportistas, enumerando las habilidades que posee cada grupo homogéneo de ellos, sino que los interrelaciona mediante una estructura coherente.

En efecto, como se puede fácilmente observar en nuestro supuesto, si se parte del vértice de la parte inferior del retículo, a medida que nos vamos desplazando hacia arriba aumenta, en cada grupo de deportistas, el número de cualidades, características o singularidades que sus integrantes poseen reduciéndose el número de jugadores. Así, el primer vértice indica que si quisiéramos formar un grupo con la totalidad de los deportistas, no existe habilidad alguna que posean todos ellos. Pero si estamos dispuestos a considerar una sola cualidad, característica o singularidad, entonces ya aparecen algunos jugadores que la poseen, formándose así grupos homogéneos en relación con esta habilidad. En efecto, la cualidad, característica o singularidad A la posee el grupo de deportistas formado por a, d, f, l; la habilidad B, el grupo integrado por b, c, f, g, l, q; …… Cuando deseamos tener en cuenta dos cualidades, características o singularidades, el grupo de jugadores que las poseen se reduce más. De esta manera, se comprueba, en nuestro caso, que las habilidades A, C, sólo las tiene el grupo de deportistas constituido por a, f, l. Prestemos atención a una circunstancia: al añadir a A, la cualidad, característica o singularidad C hemos perdido, del grupo de jugadores que poseían aquella, al deportista d; del mismo modo que al añadir a C la cualidad, característica o singularidad A se han descolgado del grupo anterior los deportistas e, g, q. Y así, a medida que nos desplazamos en sentido vertical hacia arriba, se van "ganando" habilidades y perdiendo jugadores, hasta llegar a un punto en el cual al exigir la totalidad de las cualidades, características o singularidades, el grupo de deportistas se reduce al mínimo que, en nuestro caso, es la inexistencia de ellos, es decir, el grupo es "vacío".

Desde otra perspectiva, si se inicia el análisis desde arriba hacia abajo, se verifica que el vértice superior del retículo expresa que al exigir la totalidad de las cualidades, características y habilidades no existe deportista alguno que las posea. Pero al renunciar a alguna de ellas ya aparecen reducidos grupos de jugadores. En efecto, cuando no se considera la habilidad D, dos deportistas forman ya un grupo: f, l. Si se renuncia a A, entonces los jugadores g, q constituyen la agrupación que tiene las cualidades, características o singularidades B, C, D. Cuando de la agrupación con las habilidades ABC prescindimos de la B se añade al grupo anterior el deportista a, mientras que cuando quitamos la habilidad A los jugadores que se unen al grupo anterior son g, q formando un nuevo grupo f, g, l, q. De esta manera, al ir renunciando a cualidades, características o singularidades, los grupos de jugadores se van haciendo más numerosos. Al minimizar la exigencia de habilidades, el grupo se hace máximo. En nuestro caso se puede decir (más desde una perspectiva formal que pragmática) que ninguna cualidad, característica o singularidad es poseída por todos los deportistas.

Realizada esta breve exposición, como "lectura" del retículo, vamos a descender al campo de la realidad, colocándonos en una de las situaciones en las cuales con tanta frecuencia se hallan los responsables deportivos. A lo largo de una competición, una posición en el equipo ha sido ocupada por un jugador que empieza a presentar signos de cansancio con el consiguiente descenso en el nivel del juego. Para cubrir bien este puesto se precisan ciertas habilidades. ¿Qué deportistas de la plantilla pueden sustituir al hasta ahora titular, con garantías de éxito? Más sencillo todavía. A lo largo de un encuentro, un jugador no rinde adecuadamente o sufre un percance ¿Quiénes de sus compañeros pueden sustituirle? Más todavía. Como consecuencia de los lances del juego, hay que cambiar de estrategia. Para ello hay que hacer salir al terreno de juego a un deportista con cualidades, características o singularidades distintas. Dadas las nuevas exigencias ¿qué jugadores pueden realizar la nueva labor? Y así, podríamos continuar con nuevas situaciones cuya solución viene dada prácticamente de manera automática, si se dispone de las afinidades, sobre todo presentadas a través de un retículo de Galois.

Aunque pueda parecer superfluo, no nos resistimos a la tentación de completar cuanto acabamos de señalar desde una perspectiva general, con una aplicación al supuesto presentado. Así, en el caso en que el responsable técnico considera necesarias las habilidades B, D, por ejemplo, puede recurrir a cuatro jugadores b, c, g, q. Si se contenta con una sola, la D por ejemplo, entonces dispone de otro deportista más, el h. Pero en el supuesto de que las circunstancias o lances del juego cambian y, ahora, las cualidades, características o singularidades necesarias son A, C, por ejemplo, deberá acudir a los tres deportistas capaces de desarrollarlas en el campo, como son a, f, l. De esta manera todo el mapa de decisiones posible se halla ante los ojos de los responsables técnicos. Y ello, sin error ni omisión.

El esquema propuesto ha sido enfocado desde una vertiente eminentemente práctica, destinado a su utilización inmediata en las más diversas realidades que habitualmente se presentan en el acontecer diario de las Sociedades Anónimas Deportivas y Clubes cuya actividad se desenvuelve en los deportes llamados de equipo. Esto no impide su utilización en el ámbito de los deportes individuales, con las ligeras modificaciones a que hubiere lugar. La metodología es suficientemente flexible y adaptable para que este tránsito no provoque grandes (ni pequeños) problemas.

El objetivo de "practicidad" ha aconsejado apoyar el estudio en un algoritmo del que hemos obviado sus justificaciones teóricas, por otra parte suficientemente conocidas por los teóricos del ámbito de las técnicas operativas de gestión[9]. Sólo a título indicativo nos permitimos señalar el gran interés que adquieren, en este aspecto, los conceptos de familia de Moore, cierre de Moore y cerrados de Moore[10]. Esperamos que, a pesar de ello, la exposición no haya perdido coherencia y que el hilo conductor seguido haya permitido una fácil comprensión del proceso.

Desde una perspectiva operativa cabe preguntarse qué sucede cuando se tienen en cuenta como significativas una elevada cantidad de cualidades, características y singularidades, a la vez que existe un importante número de deportistas a agrupar. En un caso como éste, al iniciar el algoritmo nos hallamos ante un "power set" con una gran cantidad de elementos. El proceso combinatorio dificulta entonces proseguir con las siguientes fases del algoritmo, si seguimos un proceso manual. Esta última frase proporciona la solución. Dado que se ha basado el desarrollo en un algoritmo, su incorporación informática es inmediata. De esta manera, con una simple pulsación en el teclado se obtiene automáticamente la solución buscada. Las adaptaciones a los cambios que, eventualmente, pueden tener lugar como consecuencia de los lances del juego, tienen, así, respuesta inmediata.

Finalmente, deseamos poner de manifiesto que cuanto acabamos de presentar, no pretende ser un trabajo acabado ni agotado. Más bien se trata de un intento de abrir una puerta al estudio de una gama de problemas que la realidad plantea con frecuencia en una esfera, como la deportiva, que está adquiriendo, día a día, una creciente importancia en el ámbito, social, económico y, nos atreveríamos a decir, cultural.

La sustituibilidad de jugadores a partir de la construcción de un clan

La idea de afinidad es, a nuestro entender, básica a la hora de estudiar el problema de las agrupaciones homogéneas para la sustituibilidad de deportistas. Sin embargo, con objeto de completar el conjunto de "herramientas" capaces de dar determinadas soluciones a este planteamiento nos hemos propuesto presentar una nueva técnica, la cual, a partir del concepto de clan, permite alcanzar ciertas soluciones que pueden ser útiles en circunstancias específicas. Además, también se llega por este camino al mismo resultado que se encontró usando el algoritmo desarrollado anteriormente aunque a través de un proceso mucho más largo. Consideramos positivo disponer de alternativas suficientes para utilizar aquella que resulte más adecuada en el tratamiento del problema concreto surgido de la realidad de cada momento.

Antes de iniciar el desarrollo de nuestro tema vamos a recordar algunos conceptos básicos de la teoría de clanes[11]. Para ello partiremos, como es habitual en este trabajo, de la descripción de los jugadores mediante subconjuntos borrosos del referencial de las cualidades, características o singularidades.

Los deportistas son:

$$\{a, b, \ldots, m\}$$

y las habilidades consideradas para el caso son:

$$\{A, B, C, \ldots, N\}$$

Se tiene como subconjunto borroso:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} A & B & & N \end{array} \\ \underset{\sim}{i} = & \begin{array}{|c|c|}\hline \mu_A^{(i)} & \mu_B^{(i)} \\ \hline\end{array} \; \cdots \; \begin{array}{|c|}\hline \mu_N^{(i)} \\ \hline\end{array} \end{array}$$

$$i = a, b, c, \ldots, m$$

$$\mu_j^{(i)} \in [0, 1] \, , \, j = A, B, \ldots, N$$

La adecuada agrupación de estos subconjuntos borrosos permite construir una relación borrosa como la presentada a continuación:

$$[\underset{\sim}{R}] = \begin{array}{c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{A} & \multicolumn{1}{c}{B} & \multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{N} \\ \cline{2-3}\cline{5-5} a & \mu_A^{(a)} & \mu_B^{(a)} & \cdots & \mu_N^{(a)} \\ \cline{2-3}\cline{5-5} b & \mu_A^{(b)} & \mu_B^{(b)} & \cdots & \mu_N^{(b)} \\ \cline{2-3}\cline{5-5} \multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|}
\cline{2-3}\cline{5-5}
m & \mu_A^{(m)} & \mu_B^{(m)} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \mu_N^{(m)} \\
\cline{2-3}\cline{5-5}
\end{array}$$

La consideración de unos umbrales θ_A, θ_B, …, θ_N nos lleva a la obtención de una matriz booleana [B] tal como la presentada a continuación:

$$[B] = \begin{array}{c|c|c|c|c|}
\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{A} & \multicolumn{1}{c}{B} & \multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{N} \\
\cline{2-3}\cline{5-5}
a & \beta_A^{(a)} & \beta_B^{(a)} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \beta_N^{(a)} \\
\cline{2-3}\cline{5-5}
b & \beta_A^{(b)} & \beta_B^{(b)} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \beta_N^{(b)} \\
\cline{2-3}\cline{5-5}
\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} \\
\cline{2-3}\cline{5-5}
m & \beta_A^{(m)} & \beta_B^{(m)} & \multicolumn{1}{c}{\cdots} & \beta_N^{(m)} \\
\cline{2-3}\cline{5-5}
\end{array}$$

$\beta_j^{(i)} \in [0, 1]$

$i = a, b, \ldots, m$

$j = A, B, \ldots, N$

Esta matriz booleana pone en evidencia, en cada una de sus columnas, los jugadores que poseen cada habilidad, a los niveles θ_j, $j = A, B, \ldots, N$, previamente establecidos, determinada por aquellas casillas en las que hay un uno.

Para un mayor acercamiento a las situaciones reales tomaremos como matriz [B] la utilizada anteriormente con lo que se podrá, así, comprobar la identidad de los resultados en los dos caminos propuestos. Es la siguiente:

	A	B	C	D
a	1		1	
b		1		1
c		1		1
d	1			
e			1	
f	1	1	1	
g		1	1	1
h				1
l	1	1	1	
q		1	1	1

Veamos, ahora, qué jugadores poseen la habilidad A, cuáles la B, quiénes la C y los que tienen la D. Para ello sólo es preciso tener en cuenta los unos de la primera, segunda, tercera y cuarta columna. Formamos, así, cuatro grupos:

$G_A = \{a, d, f, l\}$, $G_B = \{b, c, f, g, l, q\}$, $G_C = \{a, e, f, g, l, q\}$, $G_D = \{b, c, g, h, q\}$

Se dispone, entonces, de una base inicial sobre la cual es posible sustentar los estudios subsiguientes. De momento se conoce que cuando se desean intercambiar jugadores teniendo en cuenta, únicamente, la habilidad A contamos con los deportistas a, d, f, l. Si se centra la atención en la habilidad B, entonces la intercambiabilidad se produce entre los jugadores b, c, f, g, l, q. Y así para las cuatro cualidades, características o singularidades. Si se reúnen estos grupos (subconjuntos) en el conjunto se tiene lo que en teoría de clanes se llama "familia".

$$F = \{G_A, G_B, G_C, G_D\} = \{\{a, d, f, l\} , \{b, c, f, g, l, q\} , \{a, e, f, g, l, q\} , \{b, c, g, h, q\}\}$$

Para tener clara la situación de los jugadores y saber lo que puede y no puede hacer cada deportista o grupo de deportistas, añadiremos, a los cuatro grupos existentes mostrativos de los jugadores poseedores de cada habilidad, otros cuatro con los jugadores que no poseen cada habilidad. Se dispone, así, de los ocho grupos siguientes:

$G_A = \{a, d, f, l\}$	$G_A = \{b, c, e, g, h, q\}$
$G_B = \{b, c, f, g, l, q\}$	$G_B = \{a, d, e, h\}$
$G_C = \{a, e, f, g, l, q\}$	$G_C = \{b, c, d, h\}$
$G_D = \{b, c, g, h, q\}$	$G_D = \{a, d, e, f, l\}$

Compruébese que la unión de los deportistas que poseen y no poseen una cualidad, característica o singularidad es igual a la totalidad de jugadores.

A partir de estos subconjuntos (grupos) se pueden obtener unas variadas informaciones relativas a los deportistas intercambiables en determinadas situaciones para las que son necesarias unas habilidades y no otras. Para ello se recurre al establecimiento de "clanes". Veámoslo a partir de un enfoque práctico.

Para hacerlo más ilustrativo recurriremos al ejemplo del fútbol para cuyo deporte, en un determinado momento, se requieren las cualidades que a continuación se especifican.

A : fortaleza física
B : buen disparo a portería

C : capacidad de regate en corto

D : buen control de balón

Mediante los subconjuntos o grupos G_A, G_B, G_C, G_D se conocen los deportistas sustituibles para cada una de estas habilidades y los que no lo son. En un momento del juego de un encuentro un deportista con un cierto perfil debe ser sustituido. El director técnico establece como "clave" la siguiente:

Capacidad de regate en corto "y" buen disparo a portería

"o/y"

Buen control de balón "y" buen disparo a portería

Conociendo que la "y" se corresponde con el operador de intersección $\cap$ y la "o/y" al operador de unión o reunión $\cup$, se llega fácilmente a la operación siguiente:

$$(G_C \cap G_B) \cup (G_D \cap G_B)$$

o, lo que es lo mismo:

$$(\{a, e, f, g, l, q\} \cap \{b, c, f, g, l, q\} \cup (\{b, c, g, h, q\} \cap \{b, c, f, g, l, q\})$$

$$\{f, g, l, q\} \cup \{b, c, g, q\}$$

$$\{b, c, f, g, l, q\}$$

Todos estos jugadores son sustituibles entre sí, bien entendido en el supuesto de que la realidad sea bien reflejada por la clave establecida.

El número de claves a utilizar es prácticamente ilimitado. Es incluso habitual el empleo de claves con componentes negativos (subconjuntos $\mathbb{G}_j$, j = A, B, C, D). A título indicativo consideraremos la siguiente:

Capacidad de regate en corto "y" no (sin) fortaleza física

"o/y"

Fortaleza física "y" buen disparo a portería

La operación a realizar es la siguiente:

$$(G_C \cap \mathbb{G}_A) \cup (G_A \cap G_B)$$

Veamos cuáles son los jugadores sustituibles en esta clave:

$$(\{a, e, f, g, l, q\} \cap \{b, c, e, g, h, q\}) \cup (\{a, d, f, l\} \cap \{b, c, f, g, l, q\})$$

$$\{e, g, q\} \cup \{f, l\}$$

$$\{e, f, g, l, q\}$$

Por uno u otro motivo estos cinco deportistas son sustituibles entre sí habida cuenta de las habilidades (o no) exigidas en la correspondiente clave.

Creemos que no es necesario insistir en el hecho de que la clave puede ser tan "larga" como se desee y de ahí las amplias posibilidades de su establecimiento.

Con objeto de agotar todas las combinaciones que existen al utilizar los ocho grupos, es decir poseedores de todas las habilidades, de todas menos una de ellas (cualquiera), menos dos de ellas (cualesquiera) etc., hasta quienes no poseen ninguna, nos proponemos, ahora, hallar los "minitérminos" o "átomos".

En este ámbito de estudio se acostumbra a expresar estas conexiones diciendo que, por ejemplo, un jugador posee la habilidad A "y" la B "y" no la C "y" la D. En otras palabras se unen las habilidades mediante la letra "y". Dado que, como hemos visto, una manera de representar el vocablo "y" es a través el signo de la intersección, $\cap$, vamos, seguidamente a hallar todas las intersecciones posibles con los ocho grupos:

$$G_A \cap G_B \cap G_C \cap G_D = \varnothing$$
$$G_A \cap G_B \cap G_C \cap \overline{G}_D = \{f, l\}$$
$$G_A \cap G_B \cap \overline{G}_C \cap G_D = \varnothing$$
$$G_A \cap \overline{G}_B \cap G_C \cap G_D = \varnothing$$
$$\overline{G}_A \cap G_B \cap G_C \cap G_D = \{g, q\}$$
$$G_A \cap G_B \cap \overline{G}_C \cap \overline{G}_D = \varnothing$$
$$G_A \cap \overline{G}_B \cap G_C \cap \overline{G}_D = \{a\}$$
$$\overline{G}_A \cap G_B \cap G_C \cap \overline{G}_D = \varnothing$$

$$G_A \cap \overline{G}_B \cap \overline{G}_C \cap G_D = \varnothing$$
$$\overline{G}_A \cap G_B \cap \overline{G}_C \cap G_D = \{b, c\}$$
$$\overline{G}_A \cap \overline{G}_B \cap G_C \cap G_D = \varnothing$$
$$G_A \cap \overline{G}_B \cap \overline{G}_C \cap \overline{G}_D = \{d\}$$
$$\overline{G}_A \cap G_B \cap \overline{G}_C \cap \overline{G}_D = \varnothing$$
$$\overline{G}_A \cap \overline{G}_B \cap G_C \cap \overline{G}_D = \{e\}$$
$$\overline{G}_A \cap \overline{G}_B \cap \overline{G}_C \cap G_D = \{h\}$$
$$\overline{G}_A \cap \overline{G}_B \cap \overline{G}_C \cap \overline{G}_D = \varnothing$$

Los "minitérminos" o "átomos" no vacíos son, en este caso:

$$\{a\}, \{b, c\}, \{d\}, \{e\}, \{f, l\}, \{g, q\}, \{h\}$$

Se ha producido, con ello una primera agrupación de jugadores que poseen ciertas habilidades y no poseen otras. Por ejemplo:

a posee las habilidades A y C pero no posee la B ni la D

b, c posee las habilidades B y D pero no las A y C

d posee únicamente la habilidad A y no las B, C y D

…………………………………………………………….

h sólo posee la habilidad D pero ninguna de las A, B y C

Obtención de las afinidades a través del clan

La formación del clan es, ahora, relativamente sencilla. Basta construir un conjunto con el vacío y el referencial, los minitérminos o átomos no vacíos y todas sus uniones posibles. El clan pone de manifiesto TODAS las posibilidades que existen de conseguir grupos con las cualidades, características y singularidades establecidas inicialmente. En nuestro caso es el siguiente:

K ={∅, {a} , {b, c} , {d} , {e} , {f, l} , {g, q} , {h} , {a, b, c} , {a, d} , {a, e} , {a, f, l} , {a, g, q} , {a, h} , {b, c, d} , {b, c, e} , {b, c, f, l} , {b, c, g, q} , {b, c, h}, {d, e} , {d, f, l} , {d, g, q} , {d, h} , {e, f, l} , {e, g, q} , {e, h} , {f, g, l, q}, {f, h, l} , {g, h, q} , {a, b, c, d} , {a, b, c, e} , {a, b, c, f, l} , {a, b, c, g, q} , {a, b, c, h} , {a, d, e} , {a, d, f, l} , {a, d, g, q} , ….. {b, c, f, g, l, q} , {b, c, f, l, h} , {b, c, g, h, q} , ….. {a, e, f, g, l, q} , {a, e, f, l, h} , ….. {b, c, d, e, f, l, g, q, h} , {a, b, c, d, e, f, l, g, q, h}}

La cantidad elevada de subconjuntos de jugadores que forman el clan $2^7 = 128$ ha hecho que sólo hayamos explicitado los primeros y a partir de un cierto punto algunos de ellos, entre los cuales aquellos que tendrán, posteriormente, alguna significación en la obtención de afinidades.

Creemos que no es necesario insistir en el hecho de que cuando el número de minitérminos o átomos no vacíos va creciendo en el clan, aumenta el número de sus componentes de manera exponencial (2^x). Por ello casi desde un principio es necesario recurrir a la ayuda de un ordenador. Pero, como puede comprobarse, dada la secuencia del proceso, la programación resulta muy sencilla.

Una vez obtenido el clan (normalmente utilizando un ordenador, nosotros lo hemos hecho manualmente) vamos a hacer corresponder a cada subconjunto de jugadores del mismo, las cualidades, características o singularidades que poseen estos deportistas de tal manera que sólo se tendrán en cuanta aquellas habilidades que poseen todos los jugadores, es decir las que poseen un deportista "y" el otro "y" el otro … El lector ha adivinado que el operador a utilizar, en este caso, es el de intersección $\cap$, uno de los que representa la "y". Veamos unos ejemplos antes de desarrollar el supuesto en su globalidad. El subconjunto del clan {a, f, l}, es decir el formado por los deportistas a, f, l posee las siguientes habilidades:

$$a \to \{A, C\} \text{ , } f \to \{A, B, C\} \text{ , } l \to \{A, B, C\}$$

Dado que a sólo tiene las habilidades A, C, aunque f, l poseen además de éstas la B, únicamente hay que considerar las cualidades, características o singularidades {A, C} que poseen los tres jugadores. Tiene lugar, así, la siguiente correspondencia:

$$\{a, f, l\} \to \{A, C\}$$

En cambio, existen en el clan otros subconjuntos de deportistas, para los cuales no hay una habilidad común para todos ellos. Esto sucede, por ejemplo con {a, b, c}. Veámoslo.

$$\{a\} \to \{A, C\} \text{ , } \{b\} \to \{B, C\} \text{ , } \{C\} \to \{B, D\}$$

Aunque b, c poseen las mismas habilidades B, D, no sucede lo mismo con a, ya que él las que tiene son A, C. Así, pues, los tres jugadores no tienen ninguna coincidencia. El resultado de la intersección será, entonces, el "vacío" $\varnothing$. Se acostumbra a escribir;

$$\{a, b, c\} \to \varnothing$$

Con estos ejemplos, creemos hallarnos en disposición de abordar las correspondencias generales del clan, siempre teniendo en cuenta que no se explicitarán todas las relaciones entre subconjuntos de jugadores y cualidades, características o singularidades comunes. Únicamente presentaremos las primeras y algunas otras, entre las cuales no olvidaremos los subconjuntos de habilidades no vacíos que, a la postre, son aquellos que merecerán, después, nuestra atención.

Veamos las relaciones entre subconjuntos de jugadores y sus cualidades, características o singularidades comunes:

Deportistas	*Habilidades*
{a}	{A, C}
{b, c}	{B, D} ∩ {B, D} = {B, D}
{d}	{A}
{e}	{C}
{f, l}	{A, B, C} ∩ {A, B, C} = {A, B, C} ←
{g, q}	{B, C, D} ∩ {B, C, D} = {B, C, D} ←
{h}	{D}
{a, b, c}	{A, C} ∩ {B, D} ∩ {B, D} = ∅
{a, d}	{A, C} ∩ {A} = {A}
{a, e}	{A, C} ∩ {C} = {C}
{a, f, l}	{A, C} ∩ {A, B, C} ∩ {A, B, C} = {A, C} ←
{a, g, q}	{A, C} ∩ {B, C, D} ∩ {B, C, D} = {C}
{a, h}	{A, C} ∩ {D} = ∅
{b, c, d}	{B, D} ∩ {B, D} ∩ {A} = ∅
{b, c, e}	{B, D} ∩ {B, D} ∩ {C} = ∅
{b, c, f, l}	{B, D} ∩ {B, D} ∩ {A, B, C} ∩ {A, B, C} = {B}
{b, c, g, q}	{B, D} ∩ {B, D} ∩ {B, C, D} ∩ {B, C, D} = {B, D} ←
{b, c, h}	{B, D} ∩ {B, D} ∩ {D} = {D}
{d, e}	{A} ∩ {C} = ∅
{d, f, l}	{A} ∩ {A, B, C} ∩ {A, B, C} = {A}
{d, g, q}	{A} ∩ {B, C, D} ∩ {B, C, D} = ∅

$\{d, h\}$ …………………………………………………………………….. $\{A\} \cap \{D\} = \varnothing$

$\{e, f, l\}$ ……………………………………………………….. $\{C\} \cap \{A, B, C\} \cap \{A, B, C\} = \varnothing$

$\{e, g, q\}$ …………………………………………………….. $\{C\} \cap \{B, C, D\} \cap \{B, C, D\} = \{C\}$

$\{e, h\}$ ………………………………………………………………… $\{C\} \cap \{D\} = \varnothing$

$\{f, g, l, q\}$ …………………………… $\{A, B, C\} \cap \{B, C, D\} \cap \{A, B, C\} \cap \{B, C, D\} = \{B, C\} \leftarrow$

$\{f, h, l\}$ ……………………………………………………….. $\{A, B, C\} \cap \{D\} \cap \{A, B, C\} = \varnothing$

$\{g, h, q\}$ …………………………………………………….. $\{B, C, D\} \cap \{D\} \cap \{B, C, D\} = \{D\}$

$\{a, b, c, d\}$ ……………………………………………………… $\{A, C\} \cap \{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{A\} = \varnothing$

$\{a, b, c, e\}$ ………………………………….. ……………….$\{A, C\} \cap \{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{C\} = \varnothing$

$\{a, b, c, f, l\}$ ……………………………… $\{A, C\} \cap \{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{A, B, C\} \cap \{A, B, C\} = \varnothing$

$\{a, b, c, g, q\}$ ……………………………… $\{A, C\} \cap \{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{B, C, D\} \cap \{B, C, D\} = \varnothing$

$\{a, b, c, h\}$ …………………………………………………… $\{A, C\} \cap \{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{D\} = \varnothing$

$\{a, d, e\}$ ……………………………………………………… $\{A, C\} \cap \{A\} \cap \{C\} = \varnothing$

$\{a, d, f, l\}$ ………………………………… $\{A, C\} \cap \{A\} \cap \{A, B, C\} \cap \{A, B, C\} = \{A\} \leftarrow$

$\{a, d, g, q\}$ ………………………………………….. $\{A, C\} \cap \{A\} \cap \{B, C, D\} \cap \{B, C, D\} = \varnothing$

………

$\{b, c, f, g, l, q\}$ ……… $\{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{A, B, C\} \cap \{B, C, D\} \cap \{A, B, C\} \cap \{B, C, D\} = \{B\} \leftarrow$

$\{b, c, f, l, h\}$ ……………………………… $\{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{A, B, C\} \cap \{A, B, C\} \cap \{D\} = \varnothing$

$\{b, c, g, h, q\}$ …………………………… $\{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{B, C, D\} \cap \{D\} \cap \{B, C, D\} = \{D\} \leftarrow$

……………………………………………………………………………………………………

$\{a, e, f, g, l, q\}$ ………… $\{A, C\} \cap \{C\} \cap \{A, B, C\} \cap \{B, C, D\} \cap \{A, B, C\} \cap \{B, C, D\} = \{C\} \leftarrow$

$\{a, e, f, l, h\}$ ……………………………….. $\{A, C\} \cap \{C\} \cap \{A, B, C\} \cap \{A, B, C\} \cap \{D\} = \varnothing$

………..

$\{b,c,d,e,f,l,g,q,h\}$ … $\{B, D\}\cap\{B, D\}\cap\{A\}\cap\{C\}\cap\{A, B, C\}\cap\{A, B, C\}\cap\{B, C, D\}\cap\{B, C, D\}\cap\{D\} = \varnothing$

$\{a,b,c,d,e,f,l,g,q,h\}$. $\{A,C\}\cap\{B,D\}\cap\{B, D\}\cap \{A\}\cap\{C\}\cap\{A, B, C\}\cap\{A, B, C\}\cap\{B, C, D\}\cap\{B,C,D\}\cap\{D\} = \varnothing$

Una cuestión resulta clara, fruto de una simple mirada a los sucesivos resultados hallados anteriormente: cuando un subconjunto de jugadores perteneciente al clan no posee ninguna habilidad común se obtiene el vacío, cuando se tiene otro subconjunto del mismo clan con los mismos deportistas más otro u otros, el resultado también será el vacío. Esto permite anular, desde su propia formación, (siempre a nuestros efectos) muchos de los subconjuntos formativos del clan. Así, por ejemplo, dado que {b, c, d} proporciona ∅, también {a, b, c, d} dará lugar un ∅. En efecto:

$$\{b, c, d\} \rightarrow \{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{A\} = \varnothing$$

$$\{a, b, c, d\} \rightarrow \{A, C\} \cap \{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{A\} = \varnothing$$

Esta constatación (no es más que esto, una constatación) va a conseguir, previa su incorporación al algoritmo, acortar los cálculos del proceso. Continuemos.

Una vez halladas todas las relaciones existentes entre los subconjuntos de jugadores del clan y sus cualidades, características o singularidades comunes, procede separar aquellas que han dado un resultado no vacío. Se observará que, en la columna de la izquierda, un mismo resultado se puede repetir varias veces. En otros términos una (o varias) habilidades de los jugadores (letras mayúsculas) es (o son) poseída (s) por más de un subconjunto del clan (varios grupos de jugadores). Pues bien, si se desea agrupar el mayor número posible de deportistas <u>para unas mismas habilidades</u>, será necesario escoger PARA UNA MISMA O MISMAS HABILIDADES (columna de la derecha) el subconjunto con más jugadores (más letras minúsculas) situados éstos en la columna de la izquierda. Veamos un ejemplo.

El deportista <u>h</u> posee la habilidad D, también la poseen los deportistas b, c, h, así como g, h, q, y, asimismo, b, c, g, h, q. Entresacamos del correspondiente columnado estas relaciones:

$$\{h\} \rightarrow \{D\}$$

$$\{b, c, h\} \rightarrow \{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{D\} = \{D\}$$

$$\{g, h, q\} \rightarrow \{B, C, D\} \cap \{D\} \cap \{B, C, D\} = \{D\}$$

$$\{b, c, g, h, q\} \rightarrow \{B, D\} \cap \{B, D\} \cap \{B, C, D\} \cap \{D\} \cap \{B, C, D\} = \{D\}$$

La relación entre jugadores y habilidades que más interesa es esta última, la cual cumple el requisito de reunir el "máximo" número de deportistas que poseen la habilidad D. De esta manera si sólo se exigiera la cualidad, característica o singularidad D, los jugadores b, c, g, h, q son intercambiables, al nivel establecido.

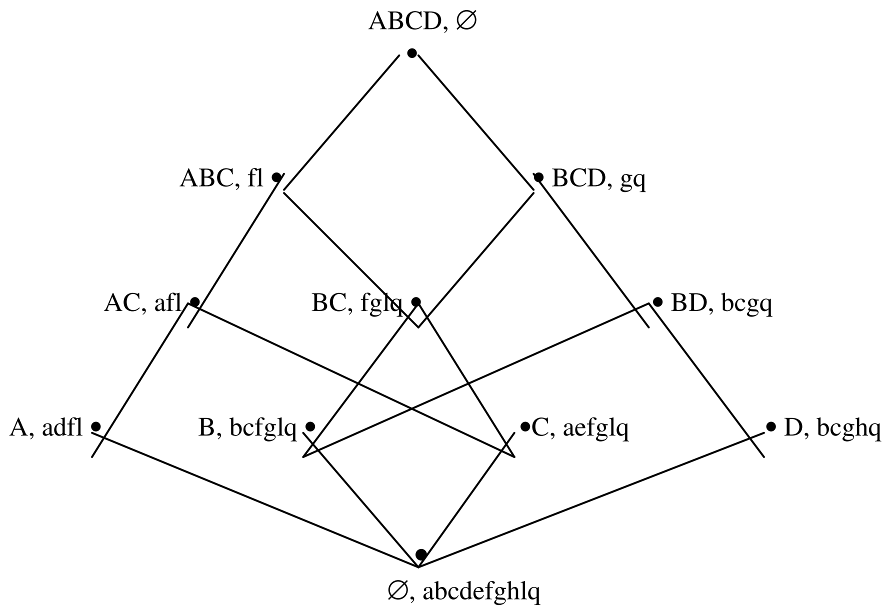
Si se repite este proceso para cada uno de los subconjuntos de habilidades (segunda columna) se hallan las siguientes relaciones que hemos señalado con una flecha:

$$\{A\} \longrightarrow \{a, d, f, l\}$$
$$\{B\} \longrightarrow \{b, c, f, g, l, q\}$$
$$\{C\} \longrightarrow \{a, e, f, g, l, q\}$$
$$\{D\} \longrightarrow \{b, c, g, h, q\}$$
$$\{A, C\} \longrightarrow \{a, f, l\}$$
$$\{B, C\} \longrightarrow \{f, g, l, q\}$$
$$\{B, D\} \longrightarrow \{b, c, g, q\}$$
$$\{A, B, C\} \longrightarrow \{f, l\}$$
$$\{B, C, D\} \longrightarrow \{g, q\}$$

Hemos hallado, de esta manera, las relaciones de afinidad, las cuales no sólo ponen en evidencia los subconjuntos homogéneos de jugadores, a efectos de su intercambiabilidad, sino que explicitan aquellas cualidades, características o singularidades que poseen en común todos los deportistas integrantes de cada subconjunto.

Se observará que este resultado coincide con el hallado por aplicación del algoritmo desarrollado anteriormente. Una constatación empírica de la bondad del camino propuesto.

Estas afinidades se pueden estructurar siguiendo la forma de un retículo de Galois añadiendo, evidentemente, el referencial de las habilidades con el vacío de jugadores, por una parte, y el vacío de habilidades con el referencial de jugadores, por otra. Veámoslo.



Hemos llegado, así, a nuestro objetivo. Es suficientemente conocido que este retículo muestra, visualmente, todas las posibilidades de sustituibilidad entre deportistas, según las cualidades, características o singularidades estimadas de manera necesaria o simplemente conveniente en una época determinada de la temporada deportiva o en un instante preciso de un encuentro.

Se ha hecho mención a lo largo de estas últimas páginas de que en muchas ocasiones, como consecuencia de la elevada cantidad de elementos que es necesario "manejar", se aconseja recurrir a la ayuda de un ordenador. Y esto se ha hecho patente, en nuestro supuesto, a la hora de construir el clan y etapas posteriores del proceso descrito. Es por ello que creemos que resulta de gran ayuda disponer de un algoritmo que facilite esta tarea. Siguiendo la propuesta, en este sentido, de Gil-Aluja[12], exponemos un procedimiento de cálculo que es una variante del presentado por el citado autor. Las fases a seguir son las siguientes:

1) Descripción de cada deportista mediante un subconjunto borroso del referencial de las cualidades, características o habilidades.

2) Agrupación de todos los subconjuntos borrosos, enumerados en la fase anterior, formando una matriz borrosa, normalmente rectangular.

3) Se establecen unos umbrales para cada una de las cualidades, características o singularidades, es decir niveles mínimos, por debajo de los cuales se considera que los deportistas no poseen la correspondiente habilidad.

4) La utilización de estos umbrales en la matriz borrosa hace que ésta se convierta en una matriz booleana.

5) Se forman grupos, (subconjuntos) uno para cada habilidad, reuniendo aquellos deportistas que la poseen (evidentemente en el nivel o grado establecido por el umbral).

6) El conjunto de estos subconjuntos se denomina "familia", elemento fundamental del proceso.

7) La intersección, de todas las manera posibles, entre los subconjuntos que forman la familia y sus complementarios dan lugar a los "minitérminos" o "átomos".

8) El conjunto formado por los minitérminos o átomos no vacíos, y todas sus uniones posibles forman un "clan".

9) Se obtienen, para cada uno de los subconjuntos de jugadores del clan los subconjuntos de habilidades que poseen "todos" ellos, estableciendo, así, una correspondencia entre jugadores y habilidades.

10) Cuando el resultado de una intersección es el vacío, se anulan del clan todos aquellos subconjuntos posteriores de jugadores que están formados por los mismos deportistas más otro u otros, ya que, forzosamente, también darán lugar al vacío.

11) Si existen <u>varios</u> subconjuntos de deportistas, cada uno de los cuales posee las mismas habilidades comunes, sólo se tiene en cuenta la correspondencia de estas habilidades con el subconjunto formado por <u>más</u> jugadores.

12) La reunión de cada uno de estos subconjuntos de jugadores máximos con sus habilidades, forman las "afinidades", es decir deportistas sustituibles entre sí, según las correspondientes cualidades, características o singularidades exigidas.

13) La adecuada disposición de las afinidades, completada por los pares referencial habilidades–vacío de jugadores y referencial de jugadores–vacío de habilidades, forma un retículo de Galois.

No nos cansaremos de insistir en la extraordinaria importancia que tiene el retículo de Galois para la adopción de decisiones. Mediante este instrumento, el sujeto decisor, en nuestro caso el responsable técnico del equipo, dispone de toda la información posible. Con ella, el acierto resulta casi inevitable, sobre todo cuando se dispone de una adecuada formación y se poseen los suficientes conocimientos.

A lo largo de las páginas precedentes, se ha puesto en evidencia algunos de los elementos técnicos de los que hoy se dispone para el tratamiento de este, a veces vital, problema frecuentemente presente en los lances deportivos, cual es la adecuada, y de ser posible óptima, sustitución de uno o varios deportistas, bien a lo largo de una temporada o en un momento preciso de un encuentro.

Hemos intentado una exposición tan clara como hemos sido capaces, incorporando supuestos y ejemplos prácticos. Con ello, hemos pretendido hacer llevadero un desarrollo que, de por sí, contiene muchos elementos propios de la matemática no numérica de la incertidumbre.

Sin renunciar a la imprescindible rigurosidad teórica, se han soslayado demostraciones, interesantes sin duda para quienes hacen de su vida objeto de la investigación académica, pero que quizás nos hubieran apartado de la finalidad de nuestro trabajo. Pretendemos poner a disposición de las Sociedades Anónimas, Clubes y Entidades Deportivas un amplio abanico de instrumentos, los cuales, bien utilizados, son aptos para dar cumplida respuesta a los retos que plantea la actividad deportiva de nuestros días.

Para ello, y con independencia de algunos casos en los que la utilización de un simple operador o de pocos operadores basta para solucionar una determinada incidencia, hemos intentado plasmar nuestros resultados en algoritmos. Así, en primer lugar, la idea de subconjunto borroso como descriptor de cada deportista, siempre omnipresente, ha dado pié a la utilización del algoritmo de Pichat después de pasar por el intermedio de la noción de distancia. Útil, sí, pero con limitaciones, sobre todo en el aspecto informativo (se pierde, desde el inicio, todo cuanto se refiere a la posesión de habilidades por parte de los jugadores), se ha seguido otro camino que ha desembocado en uno de los conceptos más destacados de la gestión en la incertidumbre, cual es el de "afinidad". El algoritmo de Kaufmann y Gil-Aluja, el cual incorpora la presentación de las afinidades mediante un retículo de Galois es, creemos, definitivo para la solución de los problemas de agrupación homogénea y sustituibilidad entre deportistas para la realización de las tareas que les incumben. Finalmente, se ha puesto en evidencia que se puede llegar a los mismos resultados con el empleo de un algoritmo sustentado por la noción de "clan". Este procedimiento de cálculo, debido a Gil-Aluja, ha sido modificado para darle un mayor detalle y también para reducir en lo posible el proceso, normalmente largo y quizás algo tedioso.

Afortunadamente, disponemos en la actualidad de una amplia gama de ordenadores, cuya flexibilidad permite una cómoda entrada de programas tan sencillos como los necesarios para utilizar los algoritmos propuestos. Creemos que éste es el camino a seguir. La existencia de un programa o programas facilitará las decisiones rápidas con sólo "teclear" los símbolos correspondientes a las cualidades, características o singularidades deseadas. Pero, es más, los subconjuntos borrosos descriptores de cada deportista son susceptibles de modificación a lo largo del tiempo. En efecto, un jugador puede poseer una cualidad a un alto nivel en un momento y descender o ser potenciada, en otro. Modificar la función característica de pertenencia de un subconjunto borroso no plantea problema alguno para su introducción en la base de datos de un ordenador.

Ordenadores y robots, ayuda tantas veces inestimable para científicos y hombres de decisión. Éstos son, por lo menos hoy, una ayuda en muchos casos eficaz. Pero no nos engañemos, solamente son una ayuda. Lo mismo sucede con nuestras matemáticas. Unas preciosas compañeras que si se saben tratar adecuadamente pueden conducirnos a grandes éxitos o, en el peor de los casos, a restringir nuestros fracasos. Pero ni unos ni otros son "aún" capaces de sustituir esta maravillosa red de interconexiones que es el cerebro humano. El equipo técnico de una Sociedad Anónima Deportiva, Club o Entidad Deportiva no puede desaparecer. Siempre habrá técnicos buenos, mediocres y malos. Pero un técnico deportivo, acompañado de los conocimientos propuestos y auxiliado por un ordenador, será, lo creemos firmemente, más bueno, menos mediocre y esperemos que también menos malo.

Referencias

[1] Gil-Lafuente, J. (1997). *Marketing para el nuevo milenio*. Madrid: Ed. Pirámide. pp. 140-161 y 369-373.

[2] Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1992). *Técnicas de gestión de empresa. Previsiones, decisiones y estrategias*. Madrid: Ed. Pirámide, p. 310.

[3] Recordemos que la transitividad comporta que si el jugador i es sustituible por el jugador k y k lo es por p, también el deportista i es sustituible por p.

[4] Pichat, E. (1970). *Contribution a l'algorithmique non numerique dans les ensembles ordonées*. Tesis doctoral de Ciencias. Universidad de Grenoble.

[5] Recordamos que existe, en la primera parte de esta obra, un estudio específico en cuanto a la determinación de la polivalencia.

[7] Gil-Aluja, J. (1999). *Elements for a theory of decision in uncertainty*. Boston, London, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 215.

[8] Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1992). *Técnicas de gestión de empresa. Previsiones, decisiones y estrategias*. Madrid: Ed. Pirámide, pp. 398-401.
Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1993). *Técnicas especiales para la gestión de Expertos*. Santiago de Compostela: Ed. Milladoiro, pp. 161-165.

[9] Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1992). *Técnicas de gestión de empresa. Previsiones, decisiones y estrategias.* Madrid: Ed. Pirámide, pp. 347-398.

[10] Lafosse-Marin, J. M. *Moore closure and fuzzy graph.* Departamento de Matemáticas. Universidad de Alger (sin fecha).

[11] Courtillot, M. (1973). Structure cononique des fichiers. *A.I.E.R. – A.F.C.E.T.* Vol. 7, enero, pp. 2-15.
Wang, E. y Chang, T.C. (1981). Canonical structures in attribute based on file organization. *C.A.C.M.* Septiembre.

[12] Gil-Aluja, J. (1999). *Elements for a theory of decision in uncertainty*. Dordretch, London, Boston: Kluwer Academic Publishers, p. 254.

Bibliografía

Courtillot, M. (1973). Structure cononique des fichiers. *A.I.E.R. – A.F.C.E.T.* Vol. 7, enero.

Demoocrom, M. (1964). *Trabajo presentado por la Compagnie de Machines Bull*. París, consultado en la "Biblioteca Kaufmann" de la Fundación FEGI de Reus (España).

Gil Aluja, J. (1998). *The interactive management of human resources in uncertainty*. Dordrecht: Kluwer Academics Publishers (versión española de Ed. Ceura).

Gil-Aluja, J. (1999). *Elements for a theory of decision in uncertainty*. Boston, London, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers (versión española de Ed. Milladoiro).

Gil-Lafuente, J. (1997). *Marketing para el nuevo milenio*. Madrid: Ed. Pirámide.

Gil-Lafuente, J. (1999). *Optimisation in signing on a player in the sphere of uncertainty.* Proceedings of the International Conference on Modelling and Simulation MS'99. Santiago de Compostela, 17-19 Mayo.

Gil-Lafuente, J. (1999). *Management of an investment in a polyvalent player*. Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence ICAI'99. Durban (South Africa) 24-26 Septembre.

Gil-Lafuente, J. (1999). *Les Universitats en el Centenari del Futbol Club Barcelona*. Barcelona, España: Ed. FC. Barcelona.

Gil Lafuente, J. (2000). *A model for order in the purchase preference for fixed assets in a sporting company*. Proceedings of the International Conference on Modelling and Simulation MS-2000. Las Palmas de Gran Canaria, 25-27 Septiembre.

Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela: Ed. Milladoiro.

Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1995). *Grafos neuronales para la economía y la gestión de empresas.* Madrid: Ed. Pirámide.

Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1991). *Selection of affinities by means of fuzzy relations and Galois lattices.* Actas del Euro XI Congress. O.R. Aachen, 16-19 Julio.

Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1992). *Técnicas de gestión de empresa. Previsiones, decisiones y estrategias*. Madrid: Ed. Pirámide.

Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1993). *Técnicas especiales para la gestión de Expertos*. Santiago de Compostela: Ed. Milladoiro.

Lafosse-Marin, J. M.: *Moore closure and fuzzy graph*. Departamento de Matemáticas. Universidad de Alger (sin fecha).

Pichat, E. (1970). *Contribution a l'algorithmique non numerique dans les ensembles ordonées.* Tesis doctoral de Ciencias. Universidad de Grenoble.

Wang, E. y Chang, T.C. (1981). Canonical structures in attribute based on file organization. *C.A.C.M.*, Septiembre.