

## ESTIMACIÓN DE LA VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN, UTILIZANDO FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN

**Resumen:** Este artículo presenta una solución a la estimación de la velocidad del motor de inducción sin utilizar sensor físico acoplado o conectado cerca del eje, es decir, sin medir directamente esta variable de salida. Este método estima, a partir de las variables eléctricas de tensión y corriente, la velocidad del motor utilizando un Filtro Extendido de Kalman, enmarcado en los métodos de control llamados comúnmente “*sensorless control*” y que proporciona una respuesta satisfactoria. La aplicación del algoritmo pasa por describir el modelo del motor de inducción, de forma tal que la velocidad sea tomada como una variable y un parámetro. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios y el algoritmo puede ser considerado una solución válida para la estimación “*on-line*”.

**Palabras claves:** Motor de Inducción, Control sin sensor, Filtro de Kalman.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los controladores del motor de inducción hoy en día son los más utilizados en los accionamientos industriales eléctricos, debido principalmente a su robustez, mayor relación torque / Amperio, poco mantenimiento, etc [1 – 4]. El control más utilizado en los motores de inducción es el control vectorial que consiste en modelar el comportamiento del motor al comportamiento del motor de corriente continua, es decir, poder controlar en forma separada la corriente de torque y la corriente de campo [5 - 7]. Cuando es utilizado este control se hace necesario conocer en forma exacta la posición del flujo del rotor (flujo de referencia más utilizado) y por lo tanto se debe disponer de la velocidad o posición del eje del rotor. Para la medición de esta velocidad se han utilizado innumerable sensores: taco generadores, resolver, foto sensores, etc. Todos estos dispositivos necesitan ser colocados en el eje o cerca de él propiciando desventajas de alineación, mantenimiento, muestreo, etc, que disminuyen entre otras, la confiabilidad, robustez, del controlador [8,9]. Nace así el control sin sensor que proporciona una estimación de la velocidad y/o posición del eje del rotor mejorando las desventajas enumeradas anteriormente. Diversos controladores sin sensor han sido aplicados, siendo los más importantes los que utilizan los Modelos de Sistemas Referenciales Adaptativos[10 -11] que presentan problemas de estimación a bajas velocidades debido principalmente a las variaciones

sufridas en la constante de tiempo del rotor[12], métodos basados en Inteligencia Artificial, utilizando principalmente redes neuronales [13 - 15] que han presentado respuestas de estimación aceptables, pero que presentan problemas cuando suceden cambios bruscos de velocidad y también tienen la desventaja que necesitan ser entrenadas en operación *off-line* del motor. Un método que ha tenido aceptación, es el Filtro Extendido de Kalman que pertenece a la familia de filtros adaptativos de estimación de mínima variancia, porque minimiza la variancia del error estimado de cada variable de estado [16-18]. El funcionamiento óptimo se obtiene cuando son utilizados los valores reales de las matrices de covarianza del ruido de medición y del ruido del sistema.

### 2. MODELO DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN

El modelo del motor de inducción en coordenadas del estator puede ser escrito de la siguiente forma [1, 17]:

$$\begin{aligned}
 p \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \lambda_{rd} \\ \lambda_{rq} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -a & 0 & b & c\omega_r \\ 0 & -a & -c\omega_r & b \\ d & 0 & -e & -\omega_r \\ 0 & d & \omega_r & -e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \lambda_{rd} \\ \lambda_{rq} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} f & 0 \\ 0 & f \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \left( \frac{R_s}{\sigma_1 L_s} + \frac{1 - \sigma_1}{\sigma T_r} \right) & b &= \frac{M}{T_r \sigma_1 L_s L_r} & c &= \frac{M}{\sigma_1 L_s L_r} & d &= \frac{M}{T_r} \\
 e &= \frac{1}{T_r} & f &= \frac{1}{\sigma_1 L_s} & \sigma_1 &= 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} & T_r &= \frac{L_r}{R_r}
 \end{aligned}$$

donde  $i_{ds}$  e  $i_{qs}$  son las corrientes del estator en el eje “d” y “q” respectivamente,  $\lambda_{rd}$  y  $\lambda_{rq}$  son los enlaces de flujo del rotor en el eje d y q respectivamente,  $\omega_r$  es la velocidad del rotor,  $u_{sd}$   $u_{sq}$  son las tensiones del estator en los ejes d y q,  $L_r$  y  $R_r$  son las impedancias y resistencias del rotor, M la inductancia mutua,  $T_r$  la constante de tiempo del rotor,  $R_s$  es

la resistencia del estator y  $\sigma_1$  es el factor de enlace total.

La salida del sistema puede ser escrita de la siguiente forma:

$$y = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 3. FILTRO DE KALMAN

El Filtro de Kalman es una herramienta eficiente para la estimación de parámetros o de variables de estado cuando el sistema presenta ruidos aditivos de medición y de sistema. La implementación del Filtro de Kalman esta basado en sistemas que puedan ser escritos en variables de estado de la forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu + G(t)v_1(t) \quad (3)$$

$$y = Cx + v_2(t) \quad (4)$$

donde,  $G(t)$  es la matriz de peso del ruido del sistema,  $v_1(t)$  es la matriz del ruido del sistema,  $v_2(t)$  es la matriz de ruido de medición. Estas tres matrices son asumidas estacionarias, blancas y gaussianas, es decir con media cero y covarianza conocida.

El algoritmo del Filtro extendido de Kalman es una particularización del filtro, lineal para sistemas de segundo orden que puedan ser linealizados en un punto de operación, como será manipulado el sistema de control del motor de inducción. Este algoritmo para un sistema en variables de estado en la forma discreta puede ser expresado de la siguiente forma:

A. *Predicción de Estado:*

$$x^f(k) = \Phi(k-1, x^a(k-1), u(k)) \quad (5)$$

con:

$$\Phi(k-1, x^a(k-1), u(k)) = A_k x_k + B_k u_k \quad (6)$$

B. *Estimación de la Matriz de Error de Covarianza*

$$P^f(k) = \Psi_1(k-1)P^a(k-1)\Psi_1^T(k-1) + \Gamma(k-1)Q\Gamma^T(k-1) \quad (7)$$

donde:

$$\Psi_1 = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=x^f(k)} \quad (8)$$

$$\Gamma = \int_k^{k+1} \Phi(k+1, \tau)G(\tau)d\tau \quad (9)$$

C. *Computación de la Matriz de Ganancia*

$$K^{KB}(k) = P^f(k)H_1^T(k) \left[ H_1(k)P^f(k)H_1^T(k) + R \right]^{-1} \quad (10)$$

donde:

$$H_1(k) = \left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{x=x^f(k)} \quad (11)$$

$$H(k) = C_k x^f(k) \quad (12)$$

D. *Actualización de la Matriz del Error de Covarianza*

$$P^a(k) = \left[ I - K^{KB}(y(k) - H(k)) \right] \quad (13)$$

E. *Estimación de Estado*

$$x^a(k) = x^f(k) + K^{KB}(y(k) - H(k)) \quad (14)$$

El filtro de Kalman, necesita entonces, conocer las matrices  $\Psi$ ,  $\Gamma$ ,  $H$  así como los valores de las matrices de covarianza del ruido del sistema y de medición  $Q$  y  $R$ .

## 4. IMPLEMENTACIÓN DEL FILTRO

La ecuación (1) muestra como la velocidad del rotor  $\omega_r$  esta presente en dicha matriz como un parámetro. La idea del algoritmo es que esta matriz pueda ser aumentada con  $\omega_r$  de forma tal que ahora la velocidad del rotor  $\omega_r$  sea un parámetro y una variable de estado. Por lo tanto la ecuación (1) aumentada y discretizada será:

$$\begin{bmatrix} i_{sd}^k \\ i_{sq}^k \\ \lambda_{rd}^k \\ \lambda_{rq}^k \\ \omega_r^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-akt & 0 & bkt & c\omega_r^{k-1}kt & 0 \\ 0 & 1-akt & -c\omega_r^{k-1}kt & bkt & 0 \\ dkt & 0 & 1-ekt & -\omega_r^{k-1}kt & 0 \\ 0 & dkt & \omega_r^{k-1}kt & 1-ekt & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^{k-1} \\ i_{sq}^{k-1} \\ \lambda_{rd}^{k-1} \\ \lambda_{rq}^{k-1} \\ \omega_r^{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} fkt & 0 \\ 0 & fkt \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd}^{k-1} \\ u_{sq}^{k-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

donde  $kt$  es el tiempo de muestreo. La función  $\Phi$  será:

$$\Phi = \begin{bmatrix} (1-akt)i_{sd}^{k-1} + (bkt)\lambda_{rd}^{k-1} + (c\omega_r^{k-1}kt)\lambda_{rq}^{k-1} + (fkt)u_{sd}^{k-1} \\ (1-akt)i_{sq}^{k-1} - (c\omega_r^{k-1}kt)\lambda_{rd}^{k-1} + (bkt)\lambda_{rq}^{k-1} + (fkt)u_{sq}^{k-1} \\ (dkt)i_{sd}^{k-1} + (1-ekt)\lambda_{rd}^{k-1} - (\omega_r^{k-1}kt)\lambda_{rq}^{k-1} \\ (dkt)i_{sq}^{k-1} + (\omega_r^{k-1}kt)\lambda_{rd}^{k-1} + (1-ekt)\lambda_{rq}^{k-1} \\ \omega_r^{k-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$H = C(k-1)x(k-1) = \begin{bmatrix} i_{sd}^{k-1} \\ i_{sq}^{k-1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$H_1 = \frac{\partial H}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\Psi_1 = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1-akt & 0 & bkt & c\omega_r^{k-1}kt & ckt\lambda_{rq}^{k-1} \\ 0 & 1-akt & -c\omega_r^{k-1}kt & bkt & -ckt\lambda_{rd}^{k-1} \\ dkt & 0 & 1-ekt & -\omega_r^{k-1}kt & -kt\lambda_{rq}^{k-1} \\ 0 & dkt & \omega_r^{k-1}kt & 1-ekt & kt\lambda_{rd}^{k-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Con las ecuaciones ajustadas para la aplicación del Filtro de Kalman Extendido (5) – (14) y con los valores de las matrices de covarianza del ruido de sistema y de medición, se procedió a obtener los resultados que serán presentados a continuación.

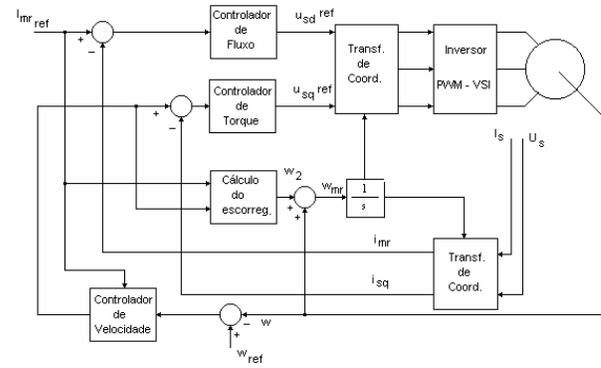
## 5. RESULTADOS

Con las especificaciones del Filtro de Kalman Extendido, los valores iniciales de las matrices de covarianza de los ruidos se procedió a implementar el algoritmo. Los datos del motor son:

**Tabla 1. Datos del motor de inducción**

Parámetro	Valor
Ls	144.6 Mh
Lr	144.6 Mh
M	136 Mh
Rs	1 Ω
Rr	1.3 Ω
Pólos	2
J	0.0072 kg m <sup>2</sup>

Con estos datos del motor se procedió a simular, utilizando un algoritmo en C++, el motor de inducción con Control Vectorial obteniéndose las siguientes respuestas:



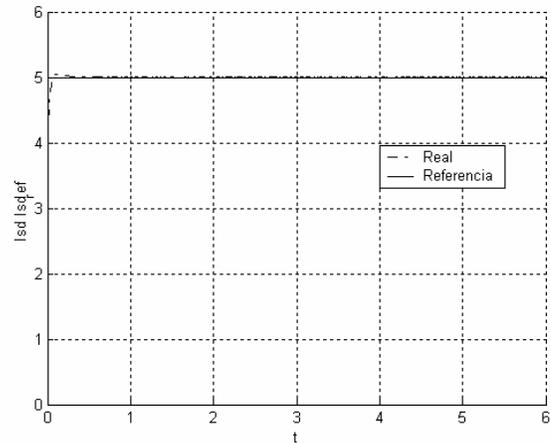
**Figura 1. Control Vectorial del motor de Inducción**

La figura 1 muestra un esquema del control vectorial o de control de campo orientado, donde las tensiones y las corrientes del estator junto con la medición de velocidad son informaciones necesarias para la operación del control.

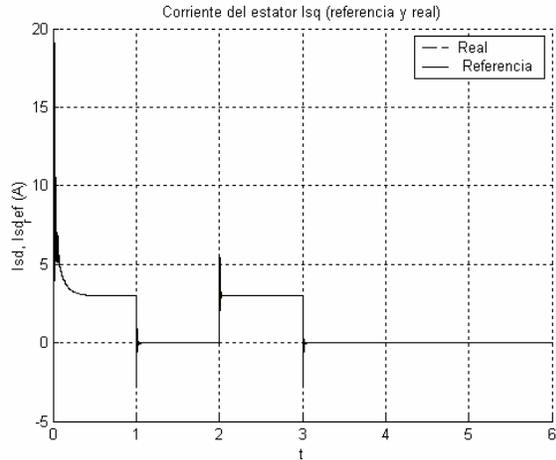
En la figura 2 se presenta la corriente del estator  $i_{sd}$  que es mantenida constante durante toda la aplicación del control, tal como lo establece el método de control vectorial cuando se hace variación por debajo de la velocidad base, es decir velocidad para frecuencia nominal, normalmente de 50hz o de 60 hz.

En la figura 3 puede verse el comportamiento de la corriente  $i_{sq}$  que es la encargada del control de la corriente del torque electromagnético.

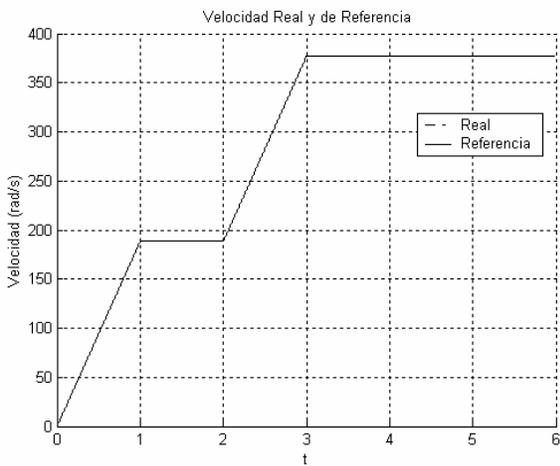
Por último, en la figura 4, se observa la velocidad real y estimada y puede concluirse entonces que el control funciona correctamente.



**Figura 2. Corriente de estator  $i_{sd}$  de referencia y real**



**Figura 3. Corriente del estator  $i_{sq}$  de referencia y real**



**Figura 4. Velocidad del motor**

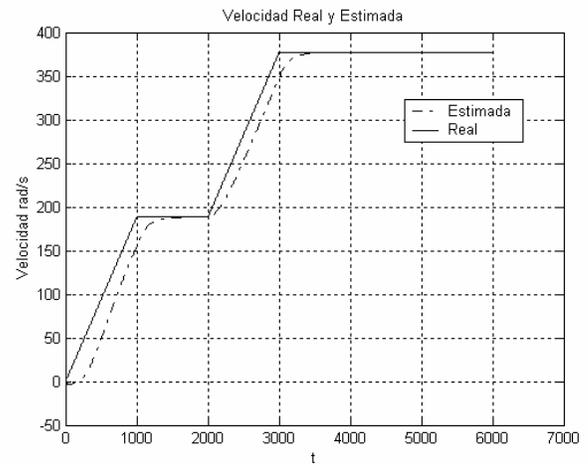
Con el control funcionando correctamente se procede a eliminar el sensor de velocidad y colocar el Filtro de Kalman Extendido, para estimar la velocidad del motor de inducción. Los valores iniciales de las matrices G, R, Q fueron:

$$G = \begin{bmatrix} 1e-5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e-5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1e-3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1e-3 \end{bmatrix}$$

Los resultados de la velocidad estimada comparada con la velocidad real son mostrados en la figura 5.

$$Q = \begin{bmatrix} 1e-5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e-5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1e-3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1e-3 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.00001 & 0 \\ 0 & 0.00001 \end{bmatrix}$$



**Figura 5. Velocidad del motor estimada y real**

La figura 5 muestra como el algoritmo intenta estimar correctamente la velocidad del motor de inducción, utilizando unos valores iniciales colocados en forma aleatoria.

Con valores obtenidos en [19] por ensayos de prueba y error, se introducen de nuevo en el algoritmo obteniéndose los resultados mostrados a continuación:

$$G = \begin{bmatrix} 1e-5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e-5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1e-2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1e-2 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1e-5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e-5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1e-2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1e-2 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix}$$

Con los valores G, Q y R modificados, la respuesta obtenida por el algoritmo muestra una estimación bastante aceptable (figura 6), evidenciándose que aunque los demás valores se mantuvieron casi iguales al caso anterior, el efecto del cambio de los de R afectan el desempeño del algoritmo.

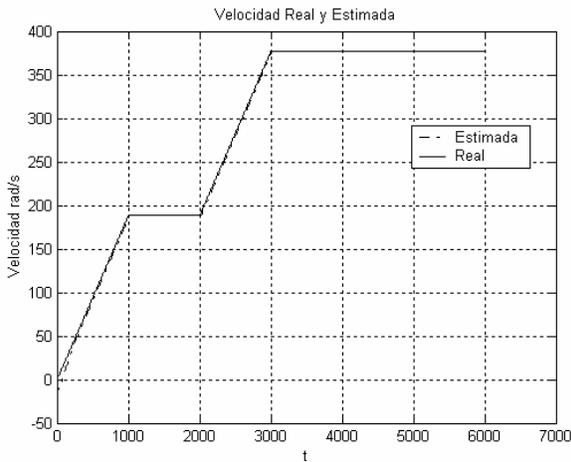


Figura 6. Velocidad del motor estimada y real

## 6. CONCLUSIONES

En este artículo fue presentado un filtro de Kalman extendido que permite estimar la velocidad del motor de inducción para un control vectorial de forma satisfactoria.

La respuesta del sistema mostró que si se conoce algo de la naturaleza de los valores de las matrices de covarianza de los ruidos de sistema y de medición, es posible generar una respuesta rápida y satisfactoria. La variación de la matriz R ocasiona cambios en la estimación de la velocidad.

El presente algoritmo, permite aplicar el control en forma directa, es decir en forma “*on-line*” al contrario del los métodos de inteligencia artificial que necesitan aplicar entrenamiento en forma “*off-line*”.

## REFERENCIAS

[1] Richardson D., Caisse A., **Máquinas Eléctricas Rotativas y Transformadores**, Cuarta Edición, Prentice Hall, Mexico, 1997.

[2] João C. P. Palma, **Accionamentos Eletromecânicos de Velocidade Variável**, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1999.

[3] Leonhard W., **Control of Electrical Drives**, EESES, Springer-Verlag, 1990.

[4] Krause PC, Wasynczuk O., **Electromechanical motion devices**, Mc Graw Hill, New York, 1989.

[5] W. Leonhard, “Adjustable-speed ac drives”. Proceedings of the IEEE 76(4), a998 pp 455 – 471.

[6] B. K. Bose, **Power Electronics and AC Drives**, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New – Jersey, 1986..

[7] J. González, M. Azevedo, E. Pacheco, “Control vectorial del Motor de Inducción para el Control de Velocidad del Rotor por cambio de Frecuencia”, II Congreso Venezolano de Ingeniería Eléctrica, Mérida, 2000.

[8] T. Ohtani, N Takada, K. Tanaka, “Vector Control of Induction Motors without Rotational Transducers”. IEE Industry Application Society Meeting, 1989, pp 500 – 507.

[9] J. González, “Considerações sobre o Controle dos Motores de Indução Alimentados por Conversores Estáticos”, Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Agosto 2000.

[10] C Shauder, “Adaptative Speed Identification for Vector Control of Induction Motors without Rotational Transducers”. IEE Industry Application Society Conference, 1989, pp 493 – 499.

[11] H. Tajima, Y. Hori, “Speed Sensor-less Field-orientation Control of the Induction Machine”, IEEE Trans. Industry Application, Vol 29 N 1, 1993, pp 175 – 180.

[12] H. Kubota, K. Matsuse, “Speed Sensor-less Field – oriented Control of Induction Motor with rotor resistance Adapatation”. IEEE Trans. Industry Application, Vol 30, N 5, 1994, pp 1219 – 1223.

[13] M. Simoes and B. Bose, “Neural Network Based Estimation of Feedback Signals for a Vector Controlled Induction Motor”, Proceedings of IEEE Applied Power Electronics Conference, a994, pp 471 – 479.

[14] S Mir, D Zinger, M. Elbuluk “Fuzzy Logic Control of Inverter-Fed Induction Machines”, Proceedings of The IEE, Industry Application Society, 28<sup>th</sup> Annual Meeting, Toronto, Canada, 1993.

[15] P Mehrotra, J. Quaicoe, Venkatesan. “Speed estimation of Induction Motor Using Artificial Neural Networks”. IEEE Ind. Applicat. Magazine, pp 881-886. 1996

[16] Y. kim, S. Sul, M. Park, **Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using Extended Kalman Filter**, IEEE Transt. Indust. Applicat., Vol. 30 N 5, September/October 1994.

[17] K. L. Shi, T. F. Chan, S. L. Ho, **Speed Estimation of an Induction Motor Drive Using Extended Kalman Filter**, IEEE, 2000.

[18] K. L. Shi, T. F. Chan, S. L. Ho, **Speed Estimation of an Induction Motor Drive Using an Optimized Extended Kalman Filter**, IEEE Transt. Indust. Electronics, Vol. 49 N 1, February 2002

[19] J. A. G. Castellanos, M. da Silveira, “Controle On-line e sem sensores Eletromecânicos de máquinas de Indução via Filtros Quadráticos”, Congresso Brasileiro de Automatização (CBA), Brasil, 2004.