

COMPARACIÓN DE ECUACIONES PARA AJUSTAR CURVAS DE LACTANCIA EN BOVINOS.

Comparison of Equations to Fit Lactation Curves of Cattle.

José Guadalupe García-Muñiz, Enrique Genaro Martínez-González, Rafael Núñez-Domínguez, Rodolfo Ramírez-Valverde, Rufino López-Ordaz y Agustín Ruiz-Flores

Departamento de Zootecnia, Posgrado en Producción Animal, Universidad Autónoma Chapingo, Carretera México-Texcoco km 38.5. Chapingo, Estado de México. Teléfono: + 52 (595) 9521621 C.P. 56230. E-mail: jgarciam@correo.chapingo.mx

RESUMEN

El objetivo fue evaluar la bondad de ajuste de 16 ecuaciones para ajustar curvas de lactancia en seis genotipos bovinos. Se analizaron registros semanales o mensuales de producción de leche de vacas Pardo Suizo Americano (n=826 lactancias), *Bos indicus* (BI, n=52), $\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ *Bos taurus* (BT, n=507), $\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT (n=462), $\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT (n=167) y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT (n=62). Los parámetros de las ecuaciones se estimaron, para cada lactancia individual, por regresión lineal y no lineal, y las comparaciones se realizaron con base en los cuadrados medios de residuales, mediante la jerarquización dentro de genotipo utilizando la prueba de Suma de Rangos de Friedman. Otros criterios adicionales fueron la proporción de casos con producción de leche diaria anormal y los casos con autocorrelación positiva. Existieron diferencias (P<0,05) en la bondad de ajuste de las ecuaciones a través de genotipos. Sin embargo, para todos los genotipos la ecuación de mejor ajuste (P<0,05) fue una reparametrización de la ecuación de Wood, la cual considera la primera fecha de muestreo como el tiempo cero. Se recomienda el uso de esta ecuación para ajustar curvas de lactancia en genotipos similares a los evaluados en este estudio.

Palabras clave: Curvas de lactancia, producción de leche, suizo americano, *Bos taurus*, *Bos indicus*.

ABSTRACT

The objective was to evaluate the goodness of fit of 16 equations to estimate lactation curves of six cattle genotypes. Monthly or weekly milk production records of Brown Swiss (n=826 lactations), *Bos indicus* (BI, n=52), $\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ *Bos taurus* (BT, n=507), $\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT (n=462), $\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT (n=167) and $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT

(n=62) cows were analyzed. Fitting of equations to individual lactations was performed by linear or non-linear regression. The residual mean squares obtained after fitting of the equations were ranked within genotype and compared by Friedman's test. Additional criteria to compare the equations were the proportion of cases of abnormal daily milk production, and cases with positive autocorrelation. Equations differed (P<0.05) on their suitability to properly describe lactation curves across genotypes. However, for all genotypes the equation of best fit (P<0.05) was a reparameterization of Wood's equation in which the first test date is considered as time zero. The use of this equation is recommended to fit lactation curves of cattle genotypes such as the ones evaluated in this study.

Key words: Lactation curves, milk production, brown swiss, *Bos taurus*, *Bos indicus*.

INTRODUCCIÓN

Una característica común de los sistemas de producción con bovinos de doble propósito en el trópico mexicano es la falta de registros de producción de leche (PL), lo que dificulta evaluar la productividad de estos sistemas. Los sistemas de doble propósito en el trópico utilizan animales de diferentes genotipos, provenientes principalmente de cruzamientos entre *Bos taurus* (BT) y *Bos indicus* (BI). Las diferencias en la proporción de genes europeos o cebuínos provocan variabilidad en la PL.

Para describir la PL a través de la lactancia en ganado bovino se han propuesto diversos modelos matemáticos. La ecuación más ampliamente utilizada es la función gama incompleta propuesta por Wood [31]. Sin embargo, como consecuencia de la falta de ajuste de la ecuación de Wood para medir la PL en ciertas condiciones y por la dificultad de interpretación biológica de sus parámetros, se han desarrollado ecua-

ciones alternativas [19, 21, 29]. Algunos de estos modelos son modificaciones de la ecuación propuesta por Wood [3, 22, 30]. Recientemente se han utilizado nuevas ecuaciones, para ajustar curvas de lactancia en bovinos, debido a su capacidad para describir un amplio rango de formas de curvas de lactancia en diferentes condiciones ambientales y de manejo [1, 2, 7].

Sin embargo, la información relacionada con la comparación de ecuaciones para ajustar curvas de lactancia de bovinos en condiciones tropicales es escasa. El ajuste de las ecuaciones evaluadas con razas especializadas para PL, no necesariamente es similar con genotipos que se encuentran en el trópico. Por lo anterior, el objetivo de esta investigación fue evaluar la bondad de ajuste de 16 ecuaciones para estimar curvas de lactancia de bovinos Pardo Suizo Americano (PSA), *Bos indicus* (BI), y diversas proporciones de BI y *Bos taurus* (BT) ($\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ BT, $\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT, $\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT).

MATERIALES Y MÉTODOS

Origen de los datos e información utilizada

Los registros mensuales de PL de 826 lactancias de PSA los proporcionó la Asociación Mexicana de Criadores de Ganao Pardo Suizo de Registro. La información consideró vacas con uno a 12 partos, comprendidos entre 1997 y 2003 [20].

La información de los demás genotipos provino del rancho "La Carolina", ubicado en el municipio de Centro, Tabasco, México. Se dispuso de registros de producción de leche de 52; 507; 462; 167 y 62 lactancias completas de los genotipos BI, $\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ BT, $\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT, $\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT y $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT, respectivamente. Los genes BI en su mayoría provinieron de la raza Gyr (80%) y el resto de Brahman e Indobrasil, mientras que los genes BT de Holstein (60%), Simmental (20%), y el resto de Pardo Suizo y Jersey. Los partos ocurrieron entre 1999 y 2004, en vacas de una a 12 lactancias. Considerando todos los genotipos estudiados, la duración de la lactancia fluctuó entre 130 d para BI y 310 d para $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT.

El número de muestreos de PL diaria por lactancia varió entre 9 para PSA y 42 para $\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT. En la TABLA I se muestran los promedios de duración de la lactancia y de muestreos de PL diaria para cada genotipo.

Alimentación y manejo

La información de las vacas PSA provino de diversas explotaciones localizadas principalmente en el trópico mexicano. La alimentación de las vacas se realizó en base al pastoreo de gramíneas tropicales, y más de 90% de las explotaciones utilizaron programas de suplementación. Las vacas se ordeñaron dos veces por día, manualmente (20% de los ranchos) o con equipo de ordeño (80% de los ranchos) [20].

Las vacas de los demás genotipos se ordeñaron mecánicamente, dos veces al día, sin la presencia del becerro, y con la ayuda de 0,25 mL de oxitocina en cada ordeño. Se utili-

TABLA I
DURACIÓN DE LA LACTANCIA Y FRECUENCIA DE MEDICIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE LECHE (PL) PARA CADA GENOTIPO/ LACTATION LENGHT AND FREQUENCY OF MILK YIELD RECORDING FOR EACH CATTLE GENOTYPE

Genotipo ¹	Duración promedio de la lactancia (d)	Número de muestras de leche/ lactancia
PSA	270	9
BI	130	17
$\frac{3}{4}$ BI $\frac{1}{4}$ BT	260	36
$\frac{1}{2}$ BI $\frac{1}{2}$ BT	270	37
$\frac{3}{8}$ BI $\frac{5}{8}$ BT	300	41
$\frac{1}{4}$ BI $\frac{3}{4}$ BT	310	42

¹ PSA: Pardo Suizo Americano; BI: *Bos indicus*; BT: *Bos taurus*.

zó una sala de ordeño en paralelo, de 16 plazas por lado, con las unidades de ordeño al centro y pesadores individuales de leche tipo Waikato (Hamilton, New Zealand). La alimentación se basó en pastoreo de gramas tropicales con ayuda de cerco eléctrico, y el suministro de 2,0 kg de concentrado comercial con 18% de proteína cruda por vaca día durante el ordeño.

Descripción de las ecuaciones

En análisis preliminares se compararon los polinomios de Legendre de primero, segundo, tercero y cuarto grado, y con este último se obtuvieron los menores cuadrados medios de residuales (CMRs). En el análisis final, además de este polinomio, se evaluaron otras 15 ecuaciones. Las ecuaciones evaluadas se muestran en la TABLA II.

La ecuación I [25] es una función exponencial que considera el incremento inicial en PL. La ecuación II [12] es una derivación de la ecuación I, usando la función inversa parabólica exponencial. La ecuación III [31] es la función gama incompleta, propuesta para estimar las curvas de lactancia típicas de bovinos lecheros. Las ecuaciones IV [22] y V [3], son reparametrizaciones de la ecuación anterior; la primera considera la fecha del primer registro de PL como el tiempo cero, mientras que la segunda reemplaza la función exponencial de disminución en PL, por una función lineal.

La ecuación VI [4] corresponde a una regresión cuadrática para estimar curvas de lactancia de bovinos productores de carne. La ecuación VIII [30] es una modificación de la ecuación V [3], que adiciona el término -0,05, relacionado con el pico de PL aproximadamente a los 50 d. Las ecuaciones XV [13] y XVI [9] son reparametrizaciones de la ecuación VIII [30]; la primera considera los días en leche mínimos y máximos de cada lactancia y la segunda cambia el valor del exponente -0,05 por -0,1. La ecuación VII [26] incorpora un cuarto parámetro que multiplica el logaritmo natural de los días en leche. Las ecuaciones IX [1] y X [10] consideran la duración de la lactancia y contienen cinco parámetros; mientras que la ecuación XIV [13] es una modificación de la ecuación IX [1] con sólo cuatro parámetros.

TABLA II
DESCRIPCIÓN DE LAS ECUACIONES EVALUADAS PARA AJUSTAR CURVAS DE LACTANCIA DE SEIS GENOTIPOS BOVINOS / DESCRIPTION OF THE EQUATIONS EVALUATED TO FIT LACTATION CURVES OF SIX CATTLE GENOTYPES

Número en texto	Ecuación ¹
I.	$Y_t = ae^{(bt + ct^2)}$
II.	$Y_t = \frac{t}{(a + bt + ct^2)}$
III.	$Y_t = at^b e^{-ct}$
IV.	$Y_t = a(t_i - t_0)^b e^{-c(t_i - t_0)}$
V.	$Y_t = a - bt - ae^{ct}$
VI.	$Y_t = a + bt + ct^2$
VII.	$Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$
VIII.	$Y_t = a + bt + ce^{-0,05 t}$
IX.	$Y_t = a + b\left(\frac{t}{305}\right) + c\left(\frac{t}{305}\right)^2 + d \ln\left(\frac{305}{t}\right) + f \ln\left(\frac{305}{t}\right)^2$
X.	$Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)^{7100}} [1 - f((t-150)/100)] + c[(t-150)/100]^2 + \left(\frac{d}{t}\right)$
XI.	$Y_t = a + bt^{0,5} + c \ln(t)$
XII.	$Y_t = a - bt + c \ln(t)$
XIII.	$Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$
XIV.	$Y_t = a + b\left(\frac{t}{305}\right) + c\left(\frac{t}{305}\right)^2 + d \ln\left(\frac{305}{t}\right)$
XV.	$Y_t = a + b \left[\frac{t - t_{\min}}{t_{\max} - t_{\min}} \right] + ce^{(-0,05 t)}$
XVI.	$Y_t = a + bt + ce^{(-0,1t)}$

¹ Donde Y_t es la producción de leche en el t-ésimo día de lactancia; \ln es el logaritmo natural; t_{\min} y t_0 es el tiempo mínimo (primer muestreo); t_{\max} es el tiempo máximo (último muestreo); e es la base de los logaritmos naturales; Z_0 es el intercepto; P_i es el término que considera la duración y el día de la lactancia y a, b, c, d y f son los parámetros que definen la curva de lactancia que se quiere estimar.

La ecuación XI [6] incluye tres parámetros y considera el logaritmo natural de los días en leche. La ecuación XII [2] elimina el valor del exponente en la ecuación anterior y se desarrolló para ajustar curvas de lactancia de vacas Guzerat. La ecuación XIII [7] es una regresión polinomial de cuatro parámetros, además del intercepto.

Los parámetros de las ecuaciones I, II, III, IV, V y X se estimaron por regresión no lineal utilizando el procedimiento NLIN de SAS [27], mientras que las demás se estimaron por regresión lineal utilizando el procedimiento GLM de SAS [27].

Criterios de comparación

La magnitud de los CMRs se usó como criterio principal para comparar la jerarquización de las ecuaciones en cada genotipo. Para cada vaca y lactancia se ajustaron las 16 ecuaciones, y los CMRs resultantes se jerarquizaron, utilizando el procedimiento RANK de SAS [27]. Los lugares jerárquicos de las ecuaciones se compararon utilizando la prueba de Suma de Rangos de Friedman [11]. La significancia ($P < 0,05$) de las diferencias entre valores jerárquicos de pares de ecuaciones se evaluó con la siguiente expresión:

$$|R_j - R_i| > t_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \left[\frac{2b(A_2 - B_2)}{(b-1)(k-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

donde:

R_i y R_j son las sumas de los valores jerárquicos obtenidos para cada ecuación.

$$A_2 = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k [(R_{ij})]^2$$

$$B_2 = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^k R_i^2$$

b = número de lactancias consideradas, y

k = número de ecuaciones comparadas.

En la comparación de cualquier par de ecuaciones la diferencia fue

significativa cuando $|R_j - R_i|$ fue mayor que $t_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \left[\frac{2b(A_2 - B_2)}{(b-1)(k-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$.

Otro criterio para la comparación del ajuste de las ecuaciones fue la magnitud del estimador del parámetro de Durbin-Watson [28], para cada vaca en cada lactancia. Este estadístico prueba la autocorrelación de primer orden en los residuales de una ecuación de regresión. Con base en el valor de este estadístico y en función del número de parámetros de las 16 ecuaciones comparadas, se determinaron los casos de lactancias con autocorrelación positiva de primer orden (AP) para probar si los residuales se distribuyeron aleatoriamente (TABLA III).

El otro criterio para la comparación del ajuste de las ecuaciones fue el número de casos con predicciones anormales de PL en algún día de la lactancia, los cuales se presentan para cada ecuación y genotipo. La predicción anormal de PL se consideró, cuando la ecuación predijo un valor negativo (PN) en algún día de la lactancia, o cuando la máxima PL diaria fue extrema (PE), es decir, más de 3,5 desviaciones estándar del promedio de las producciones máximas observadas en cada genotipo.

TABLA III
VALORES PARA CONSIDERAR AUTOCORRELACIÓN DE ACUERDO CON EL VALOR DEL ESTADÍSTICO DE DURBIN-WATSON/TABULATED VALUES OF THE DURBIN-WATSON D-STATISTIC TO CONSIDER THE PRESENCE OF AUTOCORRELATION

No. de parámetros	Ecuación	Autocorrelación positiva
3	I, II, III, IV, V, VI, VIII, XI, XII, XV y XVI	<0,82
4	VII, XIII y XIV	<0,69
5	IX y X	<0,56

Finalmente, se realizaron pruebas de Ji cuadrado (χ^2) para comparar los porcentajes de lactancias con AP, PN y PE, para cada ecuación ajustada y genotipo evaluado.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Jerarquización de las ecuaciones

La TABLA IV muestra la jerarquización de las 16 ecuaciones para cada genotipo. En general se observaron ligeras diferencias en los lugares jerárquicos para las ecuaciones a través de genotipos. La ecuación IX presentó los valores más bajos de los CMRs ($P < 0,05$) obteniendo el primer lugar en todos los genotipos, excepto para $\frac{1}{4}BI\frac{3}{4}BT$ en donde ocupó el segundo lugar, pero sin diferencia ($P > 0,05$) con la mejor ecuación (XIII) en ese genotipo. En las lactancias de PSA, a la ecuación IX le siguieron las ecuaciones IV y XIII, sin diferencias entre ellas ($P > 0,05$), aunque sí lo fueron con respecto a la ecuación IX ($P < 0,05$). En el genotipo BI, no existieron diferencias ($P > 0,05$) entre las ecuaciones IX, IV y XIII. En las lactancias de los genotipos $\frac{3}{4}BI\frac{1}{4}BT$, $\frac{1}{2}BI\frac{1}{2}BT$, $\frac{3}{8}BI\frac{5}{8}BT$ la mejor ecuación ($P < 0,05$) fue la IX, seguida de la XIII. En el genotipo $\frac{1}{4}BI\frac{3}{4}BT$, las mejores ecuaciones fueron XIII, IX y IV, sin diferencias entre ellas ($P > 0,05$).

Los resultados anteriores son similares a los observados por Olori y col. [14], quienes evaluaron varias ecuaciones en vacas Holstein, entre ellas la III, VII, VIII y IX, encontrando que la IX tuvo el mejor ajuste ($P < 0,05$) y la III, el peor. Pool y col. [17] sugirieron el uso del polinomio de Legendre de cuarto grado (ecuación XIII) para estimar los parámetros de curvas de lactancia de vacas Holstein de primer parto, ya que al compararlo con los polinomios de segundo, tercero y quinto grado, este modelo presentó el mejor ajuste. Schneeberger [24] comparó cuatro ecuaciones en vacas Pardo Suizo Europeo, entre ellas las III y IV del presente estudio, y encontró que la forma logarítmica de la ecuación IV presentó el mejor ajuste. Macciotta y col. [9] identificaron la forma de las curvas de lactancia en vacas Simmental, en función de los signos de los parámetros de los modelos III, IX, XIII y XVI, y concluyeron que las ecuaciones III y XVI presentaron el mejor ajuste ($r^2 > 0,75$).

TABLA IV
JERARQUIZACIÓN DE 16 ECUACIONES¹ PARA PREDECIR CURVAS DE LACTANCIA DE SEIS GENOTIPOS BOVINOS/
RANKING OF 16 EQUATIONS TO PREDICT LACTATION CURVES OF SIX CATTLE GENOTYPES

Orden Jerárquico ²	Genotipo ³					
	PSA	BI	¾BI¼BT	½BI½BT	¾BI⅝BT	¼BI¾BT
1	IX ^a	IX ^a	IX ^a	IX ^a	IX ^a	XIII ^a
2	IV ^b	IV ^{ab}	XIII ^b	XIII ^b	XIII ^b	IX ^a
3	XIII ^{bc}	XIII ^{abc}	XIV ^c	XIV ^{cd}	XIV ^c	IV ^a
4	VII ^c	XIV ^{bcd}	VII ^c	VII ^{cd}	IV ^c	X ^b
5	XIV ^c	VII ^{bcd}	IV ^{cd}	IV ^d	VII ^{cd}	XIV ^b
6	X ^d	XII ^{chef}	X ^d	X ^e	X ^d	VII ^b
7	I ^e	XVI ^{chef}	I ^e	XII ^f	VI ^e	I ^c
8	VI ^f	I ^{def}	XII ^e	I ^g	I ^e	III ^c
9	III ^f	VIII ^{def}	VI ^{ef}	VI ^{gh}	XII ^{ef}	XII ^c
10	XII ^f	XV ^{def}	VIII ^{ef}	XV ^{gh}	III ^{ef}	XI ^c
11	XI ^g	X ^{ef}	XV ^{ef}	VIII ^{gh}	XI ^{ef}	VIII ^c
12	Xv ^g	XI ^f	VVI ^{fg}	XI ^{hi}	VIII ^{fg}	VI ^c
13	VIII ^g	VI ^f	VI ^{fg}	III ^{hi}	XV ^{fg}	XV ^c
14	V ^h	III ^f	XVI ^g	XVI ⁱ	XVI ^g	II ^d
15	XVI ^h	II ^g	V ^h	V ^j	II ^h	XVI ^d
16	II ⁱ	V ^g	II ^h	II ^j	V ^h	V ^d

¹ I. $Y_t = ae^{(bt + ct^2)}$; II. $Y_t = t/(a - bt + ct^2)$; III. $Y_t = at^b e^{-ct}$; IV. $Y_t = a(t - t_0)^b e^{-c(t-t_0)}$; V. $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$; VI. $Y_t = a + bt + ct^2$; VII. $Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$; VIII. $Y_t = a + bt + ce^{-0.05t}$; IX. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t) + f \ln(305/t)^2$; X. $Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)} [1 - k((t-150)/100)] + c((t-150)/100)^2 + (f/t)$; XI. $Y_t = a + bt^{0.5} + c \ln(t)$; XII. $Y_t = a - bt + c \ln(t)$; XIII. $Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$; XIV. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t)$; XV. $Y_t = a + b[(t - t_{min}) / (t_{max} - t_{min})] + ce^{-0.05t}$; XVI. $Y_t = a + bt + ce^{-0.1t}$.

² En columnas (genotipos), diferentes literales indican diferencias significativas (P<0,05).

³ PSA=Pardo Suizo Americano (n=826), BI= *Bos indicus* (n=52), ¾BI¼BT=¾ *Bos indicus* ¼ *Bos taurus* (n=507), ½BI½BT=½ *Bos indicus* ½ *Bos taurus* (n=462), ¾BI⅝BT=¾ *Bos indicus* ⅝ *Bos taurus* (n=167) y ¼BI¾BT=¼ *Bos indicus* ¾ *Bos taurus* (n=62).

Para todos los genotipos, las ecuaciones con el peor ajuste (P<0,05) fueron la II y la V. Las demás ecuaciones ocuparon lugares intermedios, con pequeñas variaciones dentro de genotipos. Al respecto, diversas investigaciones han reportado la falta de flexibilidad de estas ecuaciones para ajustar diferentes formas de curvas de lactancia en varias especies y sistemas de producción.

En vacas Holstein, Scherchand y col. [23] evaluaron diez ecuaciones (entre ellas las I, II y III del presente estudio) y encontraron que las II y III fueron las peores. Papajcsik y Boderó [15] compararon 20 ecuaciones en vacas Holstein (entre ellas las ecuaciones I, II, III, V y VI de este trabajo); la ecuación II tuvo las peores predicciones en las lactancias que se presentaban en invierno. Por su parte, Ramírez-Valverde y col. [18] compararon las ecuaciones I, II, III y VI del presente estudio en vacas Angus, Pardo Suizo y sus cruces recíprocos, y encontraron que las II y VI fueron las peores. Similarmente, en venados (*Odocoileus virginianus*) [8] y ovejas (*Ovis aries*) Latxa [21] la ecuación II tuvo el peor ajuste entre las comparadas. La ecuación V presentó el peor ajuste de curvas de vacas Montbéliarde, Holstein y sus cruces, cuando se compararon cinco ecuaciones, entre ellas las III y V de este trabajo [16].

Independientemente del genotipo evaluado, las diferencias en la jerarquización de las ecuaciones (TABLA IV) sugieren que la ecuación de mejor ajuste (P<0,05) fue la IX, seguida por las XIII y IV. El peor ajuste se obtuvo con las ecuaciones II y V, indicando la inconveniencia de utilizarlas en los genotipos estudiados.

Autocorrelación positiva y predicciones anormales de PL

Los porcentajes de AP para cada ecuación y genotipo se muestran en la TABLA V. A través de genotipos, las ecuaciones VII, IX, X, XIII y XIV produjeron los porcentajes más bajos de AP, y la frecuencia fue similar para todos los genotipos (χ^2 entre 2,2 y 9,4; P>0,05). El resto de las ecuaciones evaluadas produjeron porcentajes más altos de casos con AP y, para éstas, la frecuencia fue diferente a través de los genotipos evaluados (χ^2 entre 11,2 y 34,1; P<0,05). Para todos los genotipos (excepto BI) se encontraron diferencias (χ^2 entre 44,3 y 71,0; P<0,05) en los porcentajes de AP que las ecuaciones produjeron. A través de genotipos, las ecuaciones XVI, II, XI, V, VIII y XII presentaron los mayores porcentajes de AP (entre 13,0 y 17,5%). De manera similar, a través de ecuaciones, los genoti-

TABLA V
PORCENTAJES DE LACTANCIAS CON AUTOCORRELACIÓN POSITIVA PARA 16 ECUACIONES AJUSTADAS EN SEIS GENOTIPOS BOVINOS/ PERCENTAGE OF LACTATIONS WITH POSITIVE AUTOCORRELATION FOR 16 EQUATIONS FITTED TO SIX CATTLE GENOTYPES

Ecuación ¹	Genotipo ²						Promedio
	PSA	BI	¾BI¼BT	½BI½BT	⅜BI⅝BT	¼BI¼BT	
I	0,1	0,0	3,4	8,9	11,4	11,3	5,9
II	12,2	3,9	16,8	20,8	21,0	21,0	16,0
III	2,2	0,0	7,5	11,0	13,2	14,5	8,1
IV	4,0	0,0	12,8	17,1	19,8	24,2	13,0
V	4,4	1,9	13,2	18,0	21,6	27,4	14,4
VI	1,1	1,9	7,1	13,4	18,6	16,1	9,7
VII	0,0	0,0	2,0	4,6	5,4	8,1	3,4
VIII	6,9	0,0	11,2	17,8	21,0	27,4	14,1
IX	0,0	0,0	0,0	1,5	0,0	0,0	0,3
X	0,1	0,0	0,2	1,1	0,6	1,6	0,6
XI	4,7	0,0	14,2	19,7	22,2	32,3	15,5
XII	3,6	0,0	9,9	16,5	20,4	27,4	13,0
XIII	0,0	0,0	0,0	0,4	0,0	0,0	0,1
XIV	0,1	0,0	2,0	4,5	5,4	8,1	3,4
XV	6,9	0,0	11,2	17,8	21,0	27,4	14,1
XVI	11,6	0,0	15,4	21,7	25,8	30,7	17,5
Promedio	3,6	0,5	7,9	12,2	14,2	17,3	

¹ I. $Y_t = ae^{(bt + a^2)}$; II. $Y_t = t/(a - bt + ct^2)$; III. $Y_t = at^b e^{-ct}$; IV. $Y_t = a(t - t_0)^b e^{-c(t - t_0)}$; V. $Y_t = a - bt - ae^{-ct}$; VI. $Y_t = a + bt + ct^2$; VII. $Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$; VIII. $Y_t = a + bt + ce^{-0,05t}$; IX. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t) + f \ln(305/t)^2$; X. $Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)} [1 - k((t-150)/100)] + c((t-150)/100)^2 + (f/t)$; XI. $Y_t = a + bt^{0,5} + c \ln(t)$; XII. $Y_t = a - bt + c \ln(t)$; XIII. $Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$; XIV. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t)$; XV. $Y_t = a + b[(t - t_{min}) / (t_{max} - t_{min})] + ce^{-0,05t}$; XVI. $Y_t = a + bt + ce^{-0,1t}$.

² PSA=Pardo Suizo Americano (n=826), BI=Bos indicus (n=52), ¾BI¼BT=¾ Bos indicus ¼ Bos taurus (n=507), ½BI½BT=½ Bos indicus ½ Bos taurus (n=462), ⅜BI⅝BT=⅜ Bos indicus ⅝ Bos taurus (n=167) y ¼BI¼BT=¼ Bos indicus ¾ Bos taurus (n=62).

pos ¼BI¼BT, ⅜BI⅝BT y ½BI½BT tuvieron los mayores problemas con AP (entre 12,2 y 17,3%).

La desventaja de la ecuación II observada en este estudio también la reportaron Ramírez-Valverde y col. [18], quienes compararon las ecuaciones I, II, III y VI en lactancias de vacas Angus, Pardo Suizo y sus cruces, y es similar a lo encontrado por Ruiz y col. [21] con ovejas Latxa.

Otras investigaciones han encontrado porcentajes variables de AP con la ecuación más utilizada (III) para estimar curvas de lactancia. Grossman y Koops [5] indicaron problemas de AP con la ecuación III en vacas Holstein. En otro estudio, Vargas y col. [29] obtuvieron 88,5% de AP. En la presente investigación la ecuación III fue intermedia en AP (8,1%), similar a lo encontrado por Ruiz y col. [21] en ovejas Latxa.

Los resultados para PN se presentan en la TABLA VI. Con excepción de las ecuaciones I, II, III, IV, VI y IX, para las cuales no existieron diferencias en la frecuencia de PN a través de genotipos (χ^2 entre 3,9 y 7,9; $P > 0,05$), para el resto de las ecuaciones la frecuencia de PN fue más alta y diferente a

traves de genotipos (χ^2 entre 11,0 y 112,3; $P < 0,05$). A través de genotipos, las ecuaciones IX, X, y XIII presentaron los mayores porcentajes de PN (entre 33,0 y 38,4%) mientras que con las I, III y IV no se observaron PN.

La ausencia de PN con las ecuaciones I y III también la reportaron Ramírez-Valverde y col. [18], siendo la II la de mayor porcentaje de PN (13,5 a 26,3%). En el presente estudio la ecuación II presentó valores intermedios de PN, con relación a las ecuaciones evaluadas.

Dentro de genotipo y a través de ecuaciones existieron diferencias (χ^2 entre 51,6 y 147,6; $P < 0,05$) en la frecuencia de PN. Los genotipos PSA y BI tuvieron las frecuencias más altas de PN (28,5 y 19,9%, respectivamente), mientras que el ⅜BI⅝BT presentó la más baja (9,7%).

Los porcentajes de PE para cada ecuación y genotipo se muestran en la TABLA VII. A través de genotipos, sólo existieron diferencias en las frecuencias de PE para las ecuaciones IX, X, XII y XIII (χ^2 entre 23,2 y 49,2; $P < 0,05$). A través de ecuaciones, las frecuencias de PE fueron importantes (χ^2 entre

TABLA VI
PORCENTAJE DE LACTANCIAS CON AL MENOS UNA PREDICCIÓN NEGATIVA DE PRODUCCIÓN DE LECHE DIARIA, PARA 16 ECUACIONES AJUSTADAS EN SEIS GENOTIPOS BOVINOS/ PERCENTAGE OF LACTATIONS WITH AT LEAST ONE NEGATIVE PREDICTION OF DAILY MILK YIELD, FOR 16 EQUATIONS FITTED TO SIX CATTLE GENOTYPES

Ecuación ¹	Genotipo ²						Promedio
	PSA	BI	¾BI¼BT	½BI½BT	⅜BI⅝BT	¼BI¾BT	
I	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
II	3,3	11,5	8,7	8,4	7,2	6,5	7,6
III	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IV	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
V	1,6	21,2	11,8	7,6	4,2	9,7	9,4
VI	10,5	17,3	14,0	11,3	8,4	12,9	12,4
VII	54,8	21,2	13,4	12,3	13,2	9,7	20,8
VIII	21,4	21,2	10,7	7,1	5,4	9,7	12,6
IX	46,0	46,2	28,2	33,6	32,9	43,6	38,4
X	55,6	38,5	30,8	32,5	31,7	38,7	38,0
XI	59,2	21,2	9,3	7,6	7,2	8,1	18,8
XII	38,7	1,9	4,3	4,3	3,6	4,8	9,6
XIII	51,3	51,9	24,5	26,0	15,0	29,0	33,0
XIV	41,2	21,2	13,4	12,3	13,2	12,9	19,0
XV	21,4	21,2	10,7	7,1	5,4	9,7	12,6
XVI	50,4	23,1	12,0	7,6	7,8	8,1	18,2
Promedio	28,5	19,9	12,0	11,1	9,7	12,7	

¹ I. $Y_t = ae^{(bt+ct^2)}$; II. $Y_t = t/(a-bt+ct^2)$; III. $Y_t = at^b e^{-ct}$; IV. $Y_t = a(t-t_0)^b e^{-c(t-t_0)}$; V. $Y_t = a-bt-ae^{-ct}$; VI. $Y_t = a + bt + ct^2$; VII. $Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$; VIII. $Y_t = a + bt + ce^{-0,05t}$; IX. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t) + f \ln(305/t)^2$; X. $Y_t = e^{(a-b)/((t-150)/100)} [1 - k((t-150)/100)] + c((t-150)/100)^2 + (ft)$; XI. $Y_t = a + bt^{0,5} + c \ln(t)$; XII. $Y_t = a - bt + c \ln(t)$; XIII. $Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$; XIV. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t)$; XV. $Y_t = a + b[(t-t_{min})/(t_{max}-t_{min})] + ce^{-0,05t}$; XVI. $Y_t = a + bt + ce^{-0,1t}$.

² PSA=Pardo Suizo Americano (n=826), BI=Bos indicus (n=52), ¾BI¼BT=¾ Bos indicus ¼ Bos taurus (n=507), ½BI½BT=½ Bos indicus ½ Bos taurus (n=462), ⅜BI⅝BT=⅜ Bos indicus ⅝ Bos taurus (n=167) y ¼BI¾BT=¼ Bos indicus ¾ Bos taurus (n=62).

19,0 y 175,0; P<0,05) para todos los genotipos, con excepción del genotipo ¼BI¾BT para el que la frecuencia de PE fue similar ($\chi^2=5,6$; P>0,05).

A través de genotipos, las ecuaciones XIII, IX, X y XII tuvieron los porcentajes más altos de PE (entre 7,6 y 10,1%), y los más bajos para las V, XI, XV y III (entre 0,0 y 0,2%). De manera similar, a través de ecuaciones el genotipo PSA presentó la mayor frecuencia de PE (5,1%), y el genotipo ⅜BI⅝BT la menor (1,8%).

Ramírez-Valverde y col. [18] encontraron que las ecuaciones I y III presentaron los menores porcentajes de PE (0,0 a 4,7%), y la II los mayores porcentajes (14,8 a 21,5%); asimismo, la ecuación VI no presentó PE; esto último es similar a lo encontrado en el presente estudio.

Las ecuaciones IV, IX y XIII produjeron los menores CMRs y podrían considerarse las mejores opciones para los genotipos estudiados; sin embargo, considerando los otros criterios de comparación utilizados, se observa que las dos últimas ecuaciones presentaron una incidencia relativamente alta de

problemas de PN o PE en las lactancias estimadas. Con base en lo anterior, la ecuación IV es la mejor alternativa para estimar curvas de lactancia en genotipos similares a los estudiados en este estudio. Por el contrario, aunque las ecuaciones II y V presentaron valores altos de AP, intermedios de PN, e intermedios (II) y nulos (V) de PE, mostraron ser las peores en términos de CMRs, por lo que no se recomienda su utilización.

Para ejemplificar las formas de las curvas de lactancia generadas con las mejores (IV, IX y XIII) y las peores (II y V) ecuaciones, en la FIG. 1 se muestran las curvas estimadas en vacas del genotipo PSA, ajustadas a 270 d. En la misma figura, se observa la variabilidad en las curvas de lactancia generadas por las ecuaciones, y enfatiza la importancia de utilizar la ecuación que mejor represente la información disponible.

De manera similar, en la FIG. 2 se muestran las curvas de lactancia estimadas con la mejor ecuación (IV) en cada uno de los genotipos evaluados. En la misma figura, se observa la variabilidad en las curvas de lactancia generadas para los diferentes genotipos, tanto en niveles de PL diaria como en duración de la lactancia.

TABLA VII
PORCENTAJE DE LACTANCIAS CON AL MENOS UNA PREDICCIÓN EXTREMA DE PRODUCCIÓN DE LECHE DIARIA,
PARA 16 ECUACIONES EN SEIS GENOTIPOS BOVINOS/ PERCENTAGE OF LACTATIONS WITH AT LEAST ONE EXTREME
PREDICTION OF DAILY MILK YIELD, FOR 16 EQUATIONS FITTED TO SIX CATTLE GENOTYPES

Ecuación ¹	Genotipo ²						Promedio
	PSA	BI	¾BI¼BT	½BI½BT	⅜BI⅝BT	¼BI¾BT	
I	0,1	0,0	1,6	2,8	0,6	3,2	1,4
II	2,9	5,8	3,6	6,9	6,6	4,8	5,1
III	0,9	0,0	0,2	0,2	0,0	0,0	0,2
IV	2,5	0,0	0,2	0,2	0,0	0,0	0,5
V	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
VI	0,0	0,0	0,8	0,7	0,6	0,0	0,4
VII	5,2	0,0	1,8	1,3	0,6	4,8	2,3
VIII	0,4	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0	0,1
IX	21,3	3,9	8,1	6,1	3,6	3,2	7,7
X	17,3	1,9	9,9	9,7	5,4	1,6	7,6
XI	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
XII	26,6	0,0	3,0	5,0	3,0	8,1	7,6
XIII	0,7	28,9	12,8	6,3	7,2	4,8	10,1
XIV	1,3	0,0	1,8	1,3	0,6	4,8	1,6
XV	0,4	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0	0,1
XVI	2,1	0,0	0,2	0,2	0,0	0,0	0,4
Promedio	5,1	2,5	2,8	2,5	1,8	2,2	

¹ I. $Y_t = ae^{(bt+ct^2)}$; II. $Y_t = t/(a-bt+ct^2)$; III. $Y_t = at^b e^{-ct}$; IV. $Y_t = a(t-t_0)^b e^{-c(t-t_0)}$; V. $Y_t = a-bt-ae^{-ct}$; VI. $Y_t = a + bt + ct^2$; VII. $Y_t = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$; VIII. $Y_t = a + bt + ce^{-0,05t}$; IX. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t) + f \ln(305/t)^2$; X. $Y_t = e^{(a-b)((t-150)/100)} [1 - k((t-150)/100)] + c((t-150)/100)^2 + (f/t)$; XI. $Y_t = a + bt^{0,5} + c \ln(t)$; XII. $Y_t = a - bt + c \ln(t)$; XIII. $Y_t = Z_0 + aP_1 + bP_2 + cP_3 + dP_4$; XIV. $Y_t = a + b(t/305) + c(t/305)^2 + d \ln(305/t)$; XV. $Y_t = a + b[(t-t_{min})/(t_{max}-t_{min})] + ce^{-0,05t}$; XVI. $Y_t = a + bt + ce^{-0,1t}$.

² PSA=Pardo Suizo Americano (n=826), BI=Bos indicus (n=52), ¾BI¼BT=¾ Bos indicus ¼ Bos taurus (n=507), ½BI½BT=½ Bos indicus ½ Bos taurus (n=462), ⅜BI⅝BT=⅜ Bos indicus ⅝ Bos taurus (n=167) y ¼BI¾BT=¼ Bos indicus ¾ Bos taurus (n=62).

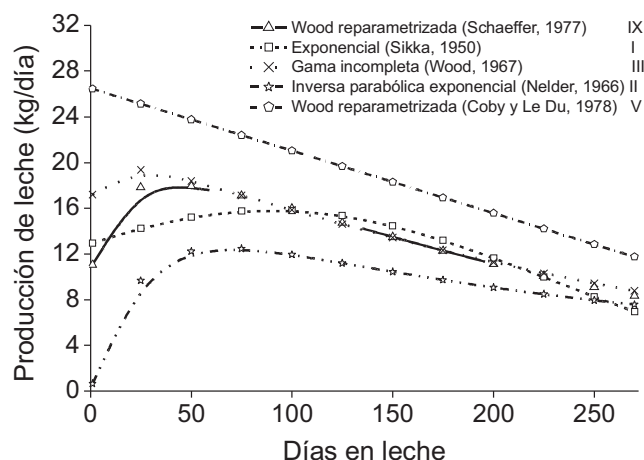


FIGURA 1. PRODUCCIÓN DE LECHE ESTIMADA EN VACAS PARDO SUIZO AMERICANO (N=826), PARA LAS ECUACIONES CON MEJORES Y PEORES AJUSTES/ PREDICTED MILK YIELD OF BROWN SWISS COWS (N=826), FOR THE EQUATIONS WITH BEST OR WORST FIT.

CONCLUSIONES

La reparametrización de la ecuación de Wood, que considera la fecha del primer muestreo como tiempo cero, es la mejor alternativa para estimar las curvas de lactancia en vacas provenientes de genotipos como los evaluados en este estudio. Las ecuaciones propuestas por Wood y Sikka también muestran un ajuste aceptable de las curvas de lactancia en los genotipos estudiados.

AGRADECIMIENTO

Los autores agradecen a la Asociación Mexicana de Criadores de Ganado Suizo de Registro por proporcionar la información para este estudio. También se agradece el apoyo económico del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México y de la Universidad Autónoma Chapingo para realizar estudios de posgrado del segundo autor.

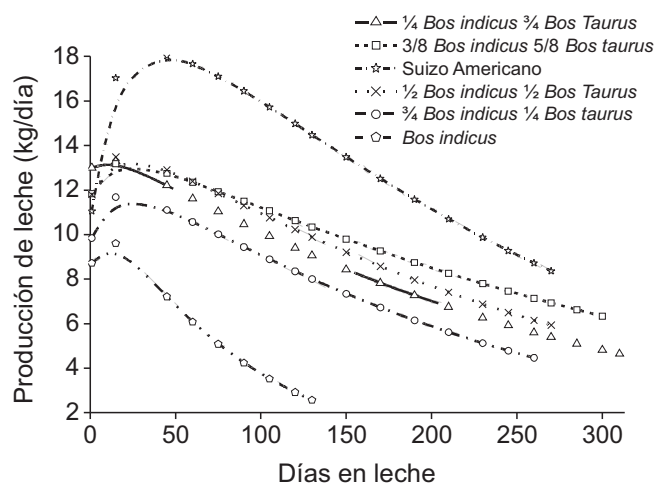


FIGURA 2. PRODUCCIÓN DE LECHE ESTIMADA CON LA ECUACIÓN IX (SCHAEFFER Y COL., 1977) PARA PARDO SUIZO AMERICANO (PSA), BOS INDICUS, $\frac{3}{4}$ BOS INDICUS $\frac{1}{4}$ BOS TAURUS, $\frac{1}{2}$ BOS INDICUS $\frac{1}{2}$ BOS TAURUS, $\frac{3}{8}$ BOS INDICUS $\frac{5}{8}$ BOS TAURUS Y $\frac{1}{4}$ BOS INDICUS $\frac{3}{4}$ BOS TAURUS/ PREDICTED MILK YIELD BY THE IX EQUATION (SCHAEFFER ET AL., 1977) FOR BROWN SWISS, BOS INDICUS, $\frac{3}{4}$ BOS INDICUS $\frac{1}{4}$ BOS TAURUS, $\frac{1}{2}$ BOS INDICUS $\frac{1}{2}$ BOS TAURUS, $\frac{3}{8}$ BOS INDICUS $\frac{5}{8}$ BOS TAURUS Y $\frac{1}{4}$ BOS INDICUS $\frac{3}{4}$ BOS TAURUS.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ALI, T.E.; SCHAEFFER, L.R. Accounting for covariance among test day milk yields in dairy cows. *Can. J. Anim. Sci.* 67:637-644. 1987.

[2] COBUCI, A.J.; EUCLYDES, R.F.; SILVA, V.R.; TEODORO, R.L.; SAVIO, L.P.; ALMEIDA, S.M. Curva de lactação na Raça Guzerá. *Rev. Bras. Zoot.* 29(5):1332-1339. 2000.

[3] COBY, J.M.; LE DU, L.P. On fitting curves to lactation data. *Anim. Prod.* 26:127-133. 1978.

[4] GASKINS, T.C.; ANDERSON, D.C. Comparison of lactation curves in Angus-Hereford, Jersey-Angus and Simmental-Angus cows. *J. Anim. Sci.* 50:828-832. 1980.

[5] GROSSMAN, M.; KOOPS, W.J. Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 71:1598-1608. 1988.

[6] GUO, Z.; SWALVE, H.H. Modelling of the lactation curve as a sub-model in the evaluation of test day records. *Interbull Bull.* 11:15-21. 1995.

[7] JAMROZIK, J.; SCHAEFFER, L.R.; WEIGEL, K.A. Estimates of genetic parameters for single- and multiple-country test-day models. *J. Dairy Sci.* 85:3131-3141. 2002.

[8] LANDETE-CASTILLEJOS, T.; GALLEGOS, L. Technical note: The ability of mathematical models to describe the shape of lactation curves. *J. Anim. Sci.* 78:3010-3013. 2000.

[9] MACCIOTA, N.P.P.; VICARIO, D.; CAPPIO-BORLINO, A. Detection of different shapes of lactation curve for milk yield in dairy cattle by empirical mathematical models. *J. Dairy Sci.* 88:1178-1191. 2005.

[10] MORANT, S.V.; GNANASAKTHY, A. A new approach to the mathematical formulation of lactation curves. *Anim. Prod.* 49:151-162. 1989.

[11] MYLES, H.; WOLFE, D.A. **Non-parametric Statistical Methods**. Ed. John Wiley and Sons. New York, NY. 503pp. 1973.

[12] NELDER, J.A. Inverse polynomials, a useful group of multifactor response functions. *Biometr.* 22:128-141. 1966.

[13] ODEGARD, J.; JENSEN, J.; KLEMETS DAL, G.; MADSEN, P.; HERINGSTAD, B. Genetic analysis of somatic cell score in Norwegian cattle using random regression test-day models. *J. Dairy Sci.* 86:4103-4114. 2003.

[14] OLORI, V.E.; BROTHERSTONE, S.; HILL, W.G.; MCGUIRCK, B.J. Fit of standard models of the lactation curve to weekly records of milk production of cows in a single herd. *Livest. Prod. Sci.* 58:55-63. 1999.

[15] PAPAJSICK, I.A.; BODERO, J. Modelling lactation curves of Friesian cows in a subtropical climate. *Anim. Prod.* 47:201-207. 1988.

[16] PÉROCHON, L.; COULON, J.B.; LESCOURRET, F. Modelling lactation curves of dairy cows with emphasis on individual variability. *Anim. Sci.* 63:189-200. 1996.

[17] POOL, M.H.; JANS, L.L.G.; MEUWISSEN, T.H.E. Genetic parameters of Legendre polynomials for first parity lactation curves. *J. Dairy Sci.* 83:2640-2649. 2000.

[18] RAMÍREZ-VALVERDE, R.; GARCÍA-MUÑIZ, J.G.; NÚÑEZ-DOMÍNGUEZ, R.; RUÍZ-FLORES, A.; MERÁZ, M.R. Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia con diferentes estrategias de muestreo en bovinos Angus, Suizo y sus cruza. *Rev. Vet. Méx.* 35(3):187-201. 2004.

[19] RAMÍREZ-VALVERDE, R.; RAMÍREZ, V.G.; NÚÑEZ, D.R.; TEWOLDE, M.A. Curvas de lactancia en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza: II. Comparación de ecuaciones. *Agrocien.* 32:325-330. 1998.

[20] RUÍZ-FLORES, A.; NÚÑEZ-DOMÍNGUEZ, R.; RAMÍREZ-VALVERDE, R.; DOMÍNGUEZ-VIVEROS, J.; MENDOZA-DOMÍNGUEZ, M.; MARTÍNEZ-CUEVAS, E. Niveles y efectos de la consanguinidad en variables de crecimiento y reproductivas en bovinos Tropicame y Suizo Europeo. *Agrocien.* 40:289-301. 2006.

- [21] RUIZ, R.; OREGUI, L.M.; HERRERO, M. Comparison of models for describing the lactation curve of Latxa sheep and an analysis of factors affecting milk yield. **J. Dairy Sci.** 83:2709-2719. 2000.
- [22] SCHAEFFER, L.R.; MINDER, C.E.; McMILLAN, I.; BURNSIDE, E.B. Nonlinear techniques for predicting 305 day lactation production of Holstein and Jersey. **J. Dairy Sci.** 60:1636-1644. 1977.
- [23] SCHERCHAND, L.; McNEW, R.W.; KELLOG, D.W.; JOHNNON, Z.B. Selection of mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. **J. Dairy Sci.** 78:2507-2513. 1995.
- [24] SCHNEEBERGER, M. Inheritance of lactation curve in Brown Swiss Cattle. **J. Dairy Sci.** 64:475-483. 1981.
- [25] SIKKA, L.C. A study of lactation as affected by heredity and environment. **J. Dairy Res.** 17:231-252. 1950.
- [26] SINGH, R.P.; GOPAL, R. Lactation curve analysis of buffaloes maintained under village conditions. **Indian J. Anim. Sci.** 52:1157-1160. 1982.
- [27] STATISTIC ANALYSIS SYSTEM INSTITUTE, SAS/STAT[®]. User's guide, Version 6, 4 th Ed., Vol. 2, Cary (NC): 846 pp. 2001.
- [28] TIRADO, I.G. **Métodos Económicos**. Ed. South-Western Publishing Co. Cincinnati, Ohio. USA. 444 pp.1982.
- [29] VARGAS, B.; KOOPS, W.J.; HERRERO, M.; ARENDONK, J.A.M. Modelling extended lactations of dairy cows. **J. Dairy Sci.** 83:1371-1380. 2000.
- [30] WILMINK, J.B.M. Comparison of different methods of predicting 305 day milk using means calculated from within herd lactations curve. **Livest. Prod. Sci.** 17:1-17. 1987.
- [31] WOOD, P.D.P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. **Nat.** 216:164-165. 1967.