COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE AJUSTE DE FUNCIONES DE PROBABILIDAD PARA DISTRIBUCIONES DIAMÉTRICAS EN PLANTACIONES DE TECA.

Ana Quevedo[1], Ana Y. Moret[2] y Mauricio Jerez[3]

[1] Escuela Técnica Superior Forestal. Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales. Universidad de Los Andes

[2] Escuela de Ingeniería Forestal. Grupo Genética y Silvicultura. Instituto de Investigaciones para el Desarrollo Forestal. Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales. Universidad de Los Andes

[3]Centro de Estudios Forestales y Ambientales de Postgrado. Grupo Genética y Silvicultura. Instituto de Investigaciones para el Desarrollo Forestal. Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales. Universidad de Los Andes

RESUMEN

Se estudió comparativamente la calidad del ajuste de tres distribuciones de probabilidad (Weibull, Johnson S_B y Beta) utilizando diferentes técnicas de estimación de parámetros, para describir la distribución diamétrica en parcelas permanentes de crecimiento de teca bajo diferentes regímenes de espesura. Los métodos de ajuste utilizados fueron; máxima verosimilitud y percentiles para la Weibull, regresión lineal, regresión no lineal, Knoebel–Burkhart para la Johnson S_B y máxima verosimilitud para la distribución Beta. La efectividad de las diferentes distribuciones y métodos se comparó mediante un índice calificador que combina las pruebas de Kolmogorov-Smirnov, Ji-cuadrada y Anderson-Darling. La distribución Weibull ajustada por el método de percentiles produjo mejores ajustes tanto para parcelas aclareadas como no aclareadas. Los resultados indican que para seleccionar una función de probabilidad para describir una distribución diamétrica, es necesario tomar en cuenta que la calidad del ajuste es considerablemente afectada por el método de estimación de los parámetros.

Palabras clave: Distribución diamétrica, funciones de probabilidad, Weibull, Johnson S_B, Beta, teca, Reserva Forestal Caparo.

ABSTRACT

The ability of three probability distribution functions (Weibull, Johnson S_B y Beta) to describe the observed diameter distribution on thinned and unthinned permanent plots of teak plantations was examined. Various fitting methods were used for each function, such as maximum likelihood and percentiles for the Weibull, maximum likelihood for the Beta, and, the two-percentile method, the linear regression method, and the non-linear regression method for the Johnson´s S_B. For evaluating the goodness of fit for each function, a composed ranking-based index was used that combined the Kolmogorov-Smirnov, c^2, and Anderson-Darling statistics. The three-parameter Weibull distribution fitted by the percentile method produced the best fit for both thinned and unthinned plots. The results indicate that the ability of a given probability function to describe a diameter distribution is considerably affected by the chosen parameter estimation method.

Key words Diameter distribution, Probability functions, Weibull, Johnson S_B, Beta, teak, Caparo Forest Reserve

INTRODUCCIÓN

La información sobre la distribución diamétrica de una plantación forestal es un elemento importante para cuantificar los productos que podrían esperarse a partir de los aclareos y la corta final. La distribución diamétrica corresponde a la distribución de frecuencias de los diámetros a la altura de pecho (-*d*- 1,30 m de altura) de los árboles que cumplan algún criterio especificado. El *d* está generalmente bien correlacionado con variables importantes tales como el volumen, el valor comercial, el costo de conversión y los tipos de producto y su calidad. Por tanto, el conocimiento de las distribuciones diamétricas puede ayudar a planificar el manejo y aprovechamiento de los recursos forestales más eficientemente (Rennolls et al, 1985). La cuantificación de la distribución diamétrica y su relación con el sitio, la composición del rodal, la edad y la densidad usualmente son importantes tanto para fines económicos como biológicos (Bailey y Dell, 1973).

Con el desarrollo de herramientas automatizadas para la toma de decisiones en el manejo de plantaciones, tales como sistemas de información y modelos de simulación, se ha hecho imprescindible disponer de modelos matemáticos que permitan describir adecuadamente la forma y cambios de la distribución diamétrica que pueden ocurrir en un rodal bajo diferentes condiciones de manejo. La distribución diamétrica de un rodal puede ser modelada mediante una función de probabilidad (Hafley y Schreuder, 1977). Una función de distribución de probabilidad puede expresarse mediante su función de densidad de probabilidad (fdp), f(x,q), donde x es una variable aleatoria y q es un vector de parámetros que define la forma de la distribución (Figura 1). Integrando la fdp se obtiene la función de distribución acumulada, F(x; q**),** 0 £ F(x; q**)** £ 1. El ajuste de estas funciones a una distribución diamétrica consiste en estimar el vector de parámetros que define una curva que describe aproximadamente la forma de la distribución diamétrica. Las distribuciones Beta, Johnson S_B, Weibull, lognormal, gamma y normal han sido usadas para describir distribuciones diamétricas de rodales forestales (por ejemplo, Bailey y Dell 1973; Hafley y Schreuder, 1977; Maltamo et al, 1995).

Los principales criterios para escoger una función de probabilidad apropiada para describir una distribución diamétrica son que sus parámetros puedan ser estimados fácilmente, que sea suficientemente flexible para describir una variedad de formas (desde la “j” invertida hasta distribuciones con sesgo positivo o negativo) y que la proporción de individuos por categoría diamétrica sea fácil de calcular (Hafley y Schreuder, 1977). Varias funciones de probabilidad cumplen con estos requisitos. Por ejemplo, la distribución Weibull (Bailey y Dell, 1973), ha sido muy usada dada su relativa simplicidad y flexibilidad. Igualmente han sido utilizadas la distribución S_B de Johnson (Hafley y Schreuder, 1977) y la distribución Beta (Burkhart y Strub, 1974). Teóricamente las funciones S_B y la Beta son más flexibles que la Weibull, pero estudios comparativos han arrojado resultados diversos con alguna distribución apareciendo como superior a las otras según el conjunto de datos que se utilice (Burkhart y Strub, 1974, Hafley y Schreuder, 1977). Sin embargo, la calidad del ajuste para una función en particular también depende del método usado para estimar los parámetros.

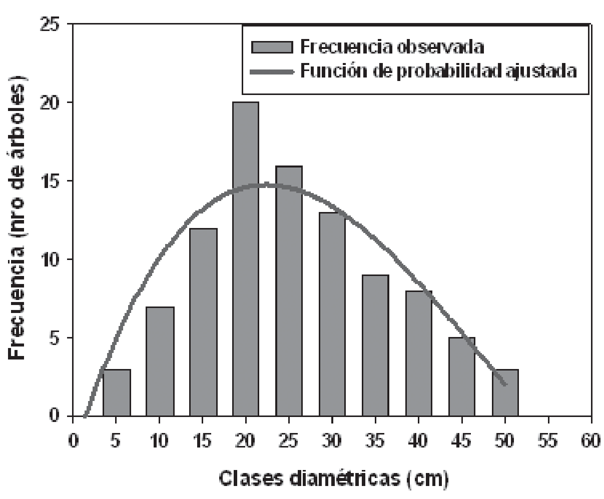


Figura. 1 Función de probabilidad ajustada a una distribución observada

El objetivo de este estudio es comparar la calidad del ajuste de funciones de probabilidad flexibles (Weibull, Johnson S_B y Beta), utilizando diferentes técnicas de estimación de parámetros, a la distribución diamétrica de parcelas aclareadas y no aclareadas de teca en el Área Experimental Caparo, Barinas, Venezuela, a fin de identificar una función con miras a desarrollar un modelo capaz de predecir la distribución diamétrica de un rodal en función de atributos tales como densidad, calidad de sitio y edad.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

El estudio se realizó con datos provenientes de parcelas permanentes de crecimiento y rendimiento (PPAR) ubicadas en plantaciones de teca establecidas entre los años 1971 y 1973 en el Área Experimental de la Reserva Forestal Caparo, Barinas, Venezuela (CORPOANDES, 1973).

El área está ubicada a una altitud promedio de 100 msnm en la zona de vida Bosque Seco Tropical

(Ewel y Madriz, 1976). La precipitación anual es de 1750 mm, con un marcado período de sequía de cuatro a cinco meses de duración. La temperatura promedio es de 24,6 ºC, con un amplitud térmica entre el mes más frío y el más cálido de 3,1 ºC (Franco, 1982). Las plantaciones se establecieron en suelos de banco y sub-banco, de textura franco-arenosa-limosa, débilmente estructurados, moderado a bien drenados, con fluctuaciones del nivel freático, buenas condiciones físicas, pero con fertilidad baja a media (Franco, 1982).

Las plantaciones estudiadas tienen una superficie de 42 hectáreas (CORPOANDES, 1973) y fueron establecidas en rastrojos (conucos abandonados donde se había cultivado maíz) y en terrenos deforestados. Se plantó a espaciamientos de 2,0 m x 2,0 m; 2,5 m x 2,5m; 3,0 m x 3,0 m y 4,0 m x 4,0 m utilizando plantones tipo “stump”. Entre 1973 y 1981 se estableció una red de PPAR para investigar el crecimiento y rendimiento de la teca bajo diferentes regímenes de espesura. Las parcelas son rectangulares, con superficies efectivas entre 600 y 1600 m^2, con una zona de aislamiento de 10 m. Este conjunto de parcelas ha sido monitoreado anual o bianualmente por casi 30 años, llevándose un registro de los atributos del vuelo forestal.

Selección de la muestra

Se seleccionaron al azar ocho parcelas sin aclareo y doce parcelas con uno o dos aclareos aplicados antes de los 17 años de edad. Solo se consideraron dos espaciamientos iniciales (2,0 x 2,0 y 2,5 x 2,5 m) ya que otros espaciamientos no estaban bien representados. Para cada parcela se seleccionaron seis años de medición (8, 12, 16, 20, 24 y 28 años de edad).

Distribuciones de probabilidad

Distribución Weibull

La distribución Weibull fue introducida al campo forestal por Bailey y Dell (1973). La función de densidad de probabilidad viene dada por:

$$f(x)=\frac{c}{b}\left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1}\exp\left\{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^{c}\right\}, \qquad (1)$$

para *x > a, a > 0, b > 0, c > 0*

donde: *x* = diámetro a la altura de pecho (*d*), *a* = parámetro de localización, *b* = parámetro de escala, y *c* = parámetro de forma. El parámetro (*a*) se relaciona con el diámetro mínimo. El parámetro de escala (*b*) se relaciona con la amplitud de la distribución en el eje de las abscisas y tiene una estrecha relación con el parámetro de localización. El parámetro (*c*) refleja la forma de la distribución, la cual depende de la edad y del nivel de competencia (Torres et al, 2000).

Distribución S_B de Johnson

La distribución S_B de Johnson (Johnson, 1949) pertenece a una familia de distribuciones basadas en la transformación de una variable aleatoria, x, a una variable normal estándar z como sigue:

$$z_x = \gamma + \delta \ln\left(x - \varepsilon / \varepsilon + \lambda - x\right) \qquad (2)$$

El parámetro e corresponde al límite inferior del recorrido de la distribución, el parámetro de escala (l) representa el recorrido de la distribución, y g, d son parámetros de forma.

Distribución Beta

La distribución Beta tiene función de densidad dada por:

$$P(\boldsymbol{x})=\frac{(x-\theta)^{\alpha-1}(\sigma+\theta-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)\sigma^{\alpha+\beta-1}}h\times 100\%, \quad \text{è} < \boldsymbol{x} < \textbf{è}$$

$$+\ \textbf{ó}\ ,\ x \ \leq \text{è ó } \boldsymbol{x} \geq \text{è + ó} \qquad (3)$$

donde: $B(\alpha,\beta)=\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)/\Gamma(\alpha+\beta)$,è **es el parámetro de localización, ó** = es el parámetro de escala (**ó** > 0),), y α ***ß*** **son parámetros de forma**

(α > 0, ß > 0), *h* = amplitud de la categoría,
Γ = función gamma.

Métodos de estimación de parámetros.

Los parámetros de las distribuciones se estimaron determinando la distribución de frecuencias de cada parcela-edad, considerando categorías de un *cm* de amplitud. Para cada distribución se seleccionaron *métodos de ajuste* considerando su simplicidad de cómputo y su efectividad en estudios previos. Los métodos de ajuste usados para cada función se describen a continuación.
Distribución Weibull

a) Método de los percentiles (Zanakis, 1979): consiste en estimar los *k* parámetros de la distribución con base en *k* percentiles. El parámetro de localización *a* se estima como:

$$\begin{cases} \hat{a} = \dfrac{d_1 d_n - d_2^2}{d_1 + d_n - 2d_2}, \text{ si } d_2 - d_1 < d_n - d_2 \\ \hat{a} = d_1 \text{ en cualquier otro caso} \end{cases} \tag{4}$$

donde: d_1, d_2 y d_n son el diámetro mínimo, el segundo diámetro menor y el diámetro mayor de la muestra respectivamente. El parámetro *b* se estima como, $b = -a + d[_{0,63n}]$, donde, $d[_{0,63n}]$ es el diámetro correspondiente al percentil 63 de la distribución. El parámetro *c* se estima como:

$$c = \left(\ln \left[\frac{\ln(1-p_k)}{\ln(1-p_i)} \right] \Big/ \ln \left[\frac{d_{[npk]} - a}{d_{[npi]} - a} \right] \right) \tag{5}$$

donde: **p_i = 0.16731 y p_k = 0.97366, son valores obtenidos mediante simulación.**
a) *Método de máxima verosimilitud:* Los parámetros de la Weibull fueron estimados utilizando el procedimiento estándar provisto por el SAS versión 8.1. Este, método es descrito en detalle por Torres et al (1992).

Distribución S_B de Johnson.
a) Método de los dos percentiles (Knoebel-Burkhart, 1991): los parámetros de forma de la S_B de Johnson pueden obtenerse a partir de dos percentiles de la distribución observada si los parámetros e y l son predeterminados fuera del sistema, entonces, los parámetros g y d vienen dados por

$$\gamma = -\delta \log \left(\frac{d_{50} - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - d_{50}} \right) \quad \text{y}$$

$$\delta = Z_{95} \Big/ \left[\log \left(\frac{d_{95} - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - d_{95}} \right) - \log \left(\frac{d_{50} - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - d_{50}} \right) \right] \tag{6}$$

donde z_{95} representa el valor del percentil 95% de la distribución acumulada normal estándar; y d_{95} y d_{50} son estimados de los percentiles 95 y 50 de la distribución observada. Knoebel y Burkhart (1991) propusieron que los parámetros e y l para distribuciones diamétricas fueran estimados como $\varepsilon = d_{\min} - 1,3$ y **l =** $d_{\max} - \varepsilon + 3,8$ *(d_{min} y d_{max}* son los diámetros mínimo y máximo observados). Dichas fórmulas minimizan el sesgo en la estimación del recorrido de la distribución (Zhou y McTague, 1996).

b) Método de regresión lineal (Zhou y McTague, 1996): permite estimar los parámetros de la función S_B por análisis de regresión lineal simple. Nótese que $z = \gamma + \delta \cdot f(x; \varepsilon, \lambda)$a) es una función lineal, siendo g el intercepto, d la pendiente, y *z* y *f(x, ε , λ)* las variables dependiente e independiente respectivamente. Los parámetros ε y λ se estiman como en el método de dos percentiles. Se deben usar al menos nueve percentiles de la distribución acumulada observada distribuidos simétricamente alrededor del percentil 50, para los cuales se hallan pueden entonces ser estimados por análisis de regresión lineal simple (Zhou y McTague, 1996).

c) *Método de regresión no lineal*: se basa en estadísticos de orden y en una función de tipo no lineal. Sea P_i un estimado libre de *F(x),* la función de distribución empírica acumulada. Entonces, reemplazando *F* por su estimado P_i en la función de distribución inversa de la S_B se tiene:

$$x(F) = \frac{\lambda}{1+\exp\left[\frac{\gamma-\phi^{-1}(F)}{\delta}\right]} + \varepsilon \qquad (7)$$

donde ε, λ, δ y d son los parámetros, y ϕ^{-1}(F) es la función de distribución inversa de la normal estándar. Si se considera:

$$x(P_i) = \frac{\lambda}{1+\exp-\left[\frac{\Phi^{-1}(P_i)-\gamma}{\delta}\right]} + \varepsilon \qquad (8)$$

tomando los valores ordenados (1,2,...,n) de *x*, donde *n* es el tamaño de la muestra, se estima *F* de la posición determinada (Kamziah et al, 1999). Los parámetros se ajustaron usando el procedimiento NLIN de SAS versión 8.1.

Distribución beta

Para estimar los parámetros de esta función se usó únicamente el método de máxima verosimilitud utilizando el algoritmo provisto por el programa estadístico SAS versión 8.1. Este algoritmo permitió estimar los cuatro parámetros que caracterizan a la distribución beta.

Comparación de distribuciones y métodos.

Para seleccionar la mejor combinación de distribución y método de estimación se calcularon los estadísticos de bondad de ajuste Ji cuadrada (c^2), Kolmogorov-Smirnov (K-S), y Anderson-Darling (A-D). Los estadísticos K-S y A-D fueron calculados de acuerdo a sus respectivas versiones para datos agrupados en categorías (Choulakian et al 1994; Pettitt y Stephens, 1977). Dado que cada prueba tiene diferentes fortalezas y debilidades, éstas pueden producir diferentes resultados acerca de la calidad del ajuste de una función a la distribución observada. Por ejemplo, la prueba K-S es muy sensible a valores extremos en ciertos rangos, mientras que la Ji-cuadrada tiene la desventaja de que en casos de discontinuidad, truncamientos o tendencias a una multimodalidad la prueba pierde sensibilidad (Torres et al, 1992). Por tanto, se desarrolló un índice calificador para evaluar la bondad de ajuste con los tres criterios simultáneamente. Este índice, similar al de Torres et al (1992), consistió en determinar los valores de c^2, K-S y A-D para los ajustes realizados a cada parcela-edad con los diferentes métodos de estimación. Luego, se asignó una calificación a cada conjunto de estimadores con cada criterio de bondad de ajuste. Por ejemplo, se asignó una calificación de “1” al conjunto de menor valor de c^2, la calificación de “2” al conjunto que seguía en valor y así sucesivamente. Lo mismo se hizo con los criterios K-S y A-D. Posteriormente, se sumaron las calificaciones obtenidas con cada estadístico para cada método / distribución de la siguiente forma:

$$IC_j = \sum_{i=1}^{n} C_{ij} \tag{9}$$

donde IC_j=: Indice calificador del *j*-ésimo método de estimación y ; C_{ij}: calificación para el j-ésimo método de estimación considerando el i-ésimo criterio de bondad de ajuste. El método de estimación con el menor IC_j se consideró como el de mejor ajuste. Los valores medios obtenidos se compararon utilizando una prueba de medias de Duncan (P= 0.05).

Resultados y Discusión

En el cuadro 1 se observa los valores de los estadísticos de bondad de ajuste para cada distribución y método de estimación para los grupos de parcelas aclareadas y no aclareadas, así como el valor del índice calificador resultante. Se puede apreciar que los diferentes estadísticos de bondad de ajuste producen valores que dan una diferente idea sobre la calidad del ajuste. Por ejemplo, para parcelas no aclareadas, el estadístico A-D que la S_B ajustada por regresión no lineal es ligeramente mejor que el ajuste producido por la Weibull con el método de los percentiles, sin embargo, cuando se observa los valores de la ji-cuadrada, entonces la Weibull ajustada por el método de percentiles aparece como superior al ajuste por regresión no lineal de la S_B.

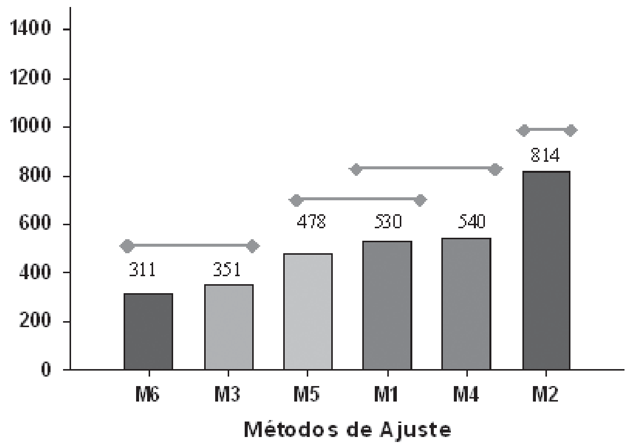
La función de probabilidad que mejor se ajustó a las distribuciones diamétricas de las PPAR de teca no aclareadas fue la Weibull ajustada por el método de percentiles (*IC* = 311), pero sin diferencias estadísticamente significativas con respecto a la S_B de Johnson ajustada con el método de regresión no lineal (*IC* = 351). Los otros métodos produjeron resultados menos satisfactorios (Cuadro 1 y Figura 2a). Para parcelas aclareadas, la Weibull ajustada por percentiles volvió a obtener el mejor resultado (*IC* = 471), siendo significativamente superior a la S_B ajustada por RNL (*IC* = 587) que ocupó el segundo lugar (Figura 2b). Asimismo, la función Weibull estimada por percentiles se comportó consistentemente mejor para todas las edades tanto

Cuadro 1 Valores de los estadísticos de bondad de ajuste e índice calificador para las parcelas aclareadas y no aclareadas de teca para cada función de distribución y método de estimación de parámetros en el Área Experimental Caparo, Barinas, Venezuela.

Función de Probabilidad	Método de Estimación parámetros	Parcelas aclareadas				Parcelas no aclareadas			
		A-D*	K-S	X^2	IC	A-D	K-S	X2	IC
Johnson S_B	Knoebel-Burkhart	219	188	217	624	172	171	187	530
Johnson S_B	Regresión lineal	430	399	328	1157	288	274	252	814
Johnson S_B	Regresión no lineal	160	163	264	587	107	97	147	351
Beta	Máxima verosimilitud	323	354	309	986	178	199	163	540
Weibull	Máxima verosimilitud	226	257	228	711	153	178	147	478
Weibull	Percentiles	154	151	166	471	110	89	112	311

*Estadísticos: A-D: Anderson-Darling, K-S: Kolmogorov-Smirnov, X^2**: Ji Cuadrada, I C : Índice Calificador**

a) Parcelas no aclareadas



b) Parcelas aclareadas

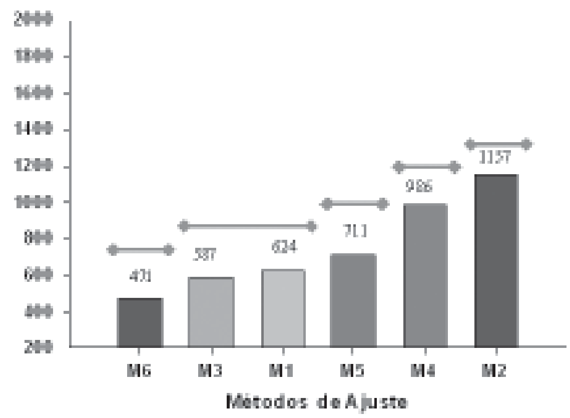


Figura 2 Valores del índice calificador para cada función de probabilidad y método utilizado en el ajuste de las distribuciones de las parcelas aclareadas y no aclareadas de teca en el Área Experimental Caparo. M1: Distribución Johnson S_B **- Knoebel y Burkhart. M2: Johnson S_B - Regresión Lineal. M3: Johnson S_B - Regresión No Lineal. M4: Beta - Máxima Verosimilitud. M5: Weibull - Máxima Verosimilitud. M6: Weibull – Percentiles. Las barras indican diferencias no significativas (P= 0.05) para la prueba de Duncan.**

Cuadro 2 Valores del Índice Calificador por método de estimación y edad para parcelas aclareadas y no aclareadas de teca en el Área Experimental Caparo, Barinas, Venezuela

Función de Probabilidad	**Método de Estimación**						
		Edad (años)					
		8	12	16	20	24	28
		Valor Indice Calificador (Parcelas testigo)					
Johnson S_B	Knoebel-Burkhart	87	87	84	108	124	134
Johnson S_B	Regresión lineal	196	197	193	191	192	188
Johnson S_B	Regresión no lineal	99	101	103	100	96	88
Beta	Máxima verosimilitud	176	179	166	159	154	152
Weibull	Máxima verosimilitud	133	133	112	118	100	115
Weibull	Percentiles	65	59	98	80	90	79
		Valor Indice Calificador (Parcelas aclareadas)					
Johnson S_B	Knoebel-Burkhart	8	12	16	20	24	28
Johnson S_B	Regresión lineal	73	101	90	85	101	80
Johnson S_B	Regresión no lineal	136	135	136	137	136	134
Beta	Máxima verosimilitud	67	56	57	54	60	57
Weibull	Máxima verosimilitud	104	91	88	92	88	77
Weibull	Percentiles	91	72	75	85	66	89
Johnson S_B	Knoebel-Burkhart	33	49	58	51	53	67

en parcelas aclareadas como no aclareadas (Cuadro 2)

Los métodos de máxima verosimilitud (usados en la beta y Weibull) no resultaron satisfactorios, probablemente debido a que el ajuste se hizo con datos agrupados. La menor efectividad de las distribuciones S_B calculadas por regresión lineal y por percentiles pudo estar relacionada con el hecho de haber estimado los parámetros e y l fuera del sistema. Zhou y McTague (1996) han sugerido que la estimación de estos parámetros es afectada por el tamaño de la parcela. El método de regresión lineal es, asimismo, afectado por el número de percentiles utilizados (Zhou y McTague, 1996).

Conclusiones

La distribución Weibull ajustada mediante percentiles fue la mas apropiada para describir las distribuciones de las PPAR de teca, debido a su mejor calidad de ajuste y facilidad de estimación de los parámetros. La S_B de Johnson ajustada por el método de regresión no lineal produjo resultados satisfactorios, pero el método de ajuste es considerablemente mas difícil de implementar. Los resultados de este estudio indican que la calidad del ajuste de una distribución de probabilidad está fuertemente asociada a las características de los datos utilizados y al método de ajuste que se emplee.

Reconocimientos

Los autores desean dar las gracias al Per. For. Pedro Salcedo y a Jesús Betancourt, quienes participaron en los trabajos de campo. Este trabajo fue financiado por el CDCHT- ULA a través del proyecto FO-485-01-01-EM.

Referencias Bibliográficas

Bailey, R. y T. Dell. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. For. Sci. 19: 97-104.

Burkhart, H y M. Strub. 1974. A model for simulation of planted Loblolly pine stands. In. J. Fries, (Ed.). *Growth models for tree stand simulation.* Royal College of Forestry, Research Note Nº 30, Stockholm. 128-135 pp.

Choulakian V., R.A. Lockhart, y M.A. Stephens 1994 Cramér-von Mises statistics for discrete distributions. The Canadian Journal of Statistics 22 (1):125-137

CORPOANDES, Venezuela. 1973. Programa de Investigación Forestal con fines de Manejo en la Unidad I de la Reserva Forestal de Caparo. Informe 8. 513 pp.

Ewel, J y A. Madriz. 1976. Zonas de vida de Venezuela: Memoria explicativa sobre el mapa ecológico. Ministerio de Agricultura y Cría. Dirección de Investigación. Caracas, Venezuela.

Franco, W. 1982. Estudio y levantamiento de sitios con fines de manejo forestal en la unidad I de la Reserva Forestal de Caparo, Edo. Barinas. Facultad de Ciencias Forestales. Universidad de los Andes. Mérida. Venezuela (Mimeografiado).

Hafley, W y H. Schreuder. 1977. Statistical distributions for fitting diameter and height data in even-aged stand. Can. J. For. Res. 7: 481-487.

Johnson, N. 1949. Systems of frequency curves generated methods of translation. Biometrika. 36: 149-176.

Kamziah, A; M. Ahmad y J Lapongan. 1999. Nonlinear regression approach to estimating Johnson S_B parameter for diameter data. Can. J. For. Res. 29: 310-314.

Knoebel, B.R. y H.E. Burkhart. 1991. A bivariate distribution approach to modeling forest diameter distributions points in time. Biometrics. 47: 241-253.

Maltamo, M; J. Puumalainen y R. Päivinen. 1995. Comparison of Beta and Weibull functions for modeling basal area diameter distribution in stands of *Pinus sylvestris* and *Picea abies*. Scand. J. For. Res. 10:284-295.

Pettitt, A.N. y M.A. Stephens 1977 The Kolmogorov-Smirnov goodness of fit statistic with discrete and grouped data. Technometrics 19(2) 205-211

Rennolls, K; D. Geary y J. Rollinson, 1985. Characterizing diameter distributions by the use of the Weibull distribution. Forestry 58 (1): 57-66.

SAS Institute Inc., SAS/ QC® User's Guide, Version 8, Cary, NC: SAS Institute Inc., 1999. 1994 pp.

Torres, J; M. Acosta y O. Magaña. 1992. Método para estimar los parámetros de la función Weibull y su potencial para ser predichos a través de atributos de rodal. Agrociencia 2:57–76.

Torres, J; O. Magaña y M. Acosta. 2000. Metodología para mejorar la predicción de parámetros de distribuciones diamétricas. Agrociencia 34: 627–637.

Zanakis, H. 1979. A simulation study of some simple