

COMPARACIÓN DE DOS MODELOS DE CRECIMIENTO DE EFECTOS FIJOS Y ERRORES INDEPENDIENTES EN QUEBRACHO BLANCO

Comparing two models for fixed effects growth and independent errors in Quebracho Blanco

Juárez de Galíndez, M.¹, Moglia, J. G.², Giménez A. M.², Pece M.¹

Universidad Nacional de Santiago del Estero, Facultad de Ciencias Forestales, Instituto de Silvicultura y Manejo de Bosques. ¹Cátedra de Estadística O.F., ²Cátedra de Dendrología. Santiago del Estero - Argentina.

E-mail: marga@unse.edu.ar. Recibido: 22-09-06 / Aceptado: 06-12-06

RESUMEN

La relación funcional del crecimiento a través del tiempo puede ser especificada desde un punto de vista biológico (usualmente funciones no lineales en sus parámetros) o empírico (en general funciones polinomiales). El objetivo de este trabajo es la descripción y comparación de distintas aproximaciones estadísticas para la estimación de curvas de crecimiento en árboles de especies nativas. La información para cada árbol es una serie de ancho de anillos de crecimiento leñoso obtenida de una sección transversal de madera a 0,30 m de altura de Quebracho blanco. Las series de ancho de anillos fueron suavizadas para maximizar la tendencia debida al crecimiento biológico mediante la eliminación de variaciones posiblemente debidas al clima y a disturbios producidos en el bosque. Las series suavizadas fueron modeladas mediante la función no-lineal de crecimiento de Chapman-Richards y mediante funciones polinomiales de bajo orden. Se realizaron supuestos simplistas sobre la estructura de varianza-covarianza de las observaciones, i.e. independencia y homogeneidad de varianzas. El modelo polinomial de segundo orden resultó ser el más apropiado para la obtención de la curva de crecimiento de acuerdo a la alternancia de signos de los residuos.

Palabras clave: crecimiento, modelos, Quebracho blanco.

ABSTRACT

The growth over time functional relationship may be specified from whether a biological or an empirical standpoint. The former is done using functions that are not linear in their parameters while the latter by polynomial functions in general. This paper is aimed at describing and comparing various statistical approaches for estimating the growth curves of native tree species. The information for each individual of Quebracho Blanco consists of a series of woody growth ring widths measured on its cross section at 0,30 m above the ground. The series were smoothed by eliminating variations that might have been caused by the climate and disturbances in the forest so to maximize the trend due to the biological growth. The smoothed series were modeled using both the Chapman-Richards non linear growth function and low-order polynomial functions. It was made simplistic assumptions on the variance-covariance structure of the observations such as variance independence and homogeneity. The second-order polynomial model became the most appropriate for obtaining the growth curve in terms of the residue signs alternation.

Key words: growth, models, Quebracho blanco.

INTRODUCCIÓN

Entre las especies arbóreas del Chaco Árido Argentino, una de las más importantes es el Quebracho blanco (*Aspidosperma quebracho-blanco*), especie longeva de crecimiento lento que aporta en bosques productivos un volumen maderable de 15 m³/ha y en bosques degradados 3,7 m³/ha (Thren y Zerda, 1994; Moglia, 1999).

Es de fundamental importancia conocer el volumen que aportan las especies a través de su crecimiento para poder planificar el manejo silvícola que lleve a aprovechar racionalmente el recurso, ya que según Prodan (1993) no se deben aprovechar los bosques más allá de su crecimiento para cumplir con el principio de rendimiento sostenido.

Para poder analizar el crecimiento se deben estudiar dos tipos de incremento en el leño: a) Incremento corriente o aumento de tamaño en un intervalo de tiempo, b) Incremento acumulado o acumulación de incrementos corrientes. El primero cuando se grafica en función de la edad del árbol da origen a las conocidas como curvas de crecimiento y el segundo a las curvas de rendimiento. Ambos tipos de funciones pueden obtenerse para árboles individuales o rodales (Prodan *et al.*, 1997).

La modelación del crecimiento del leño permite la estimación de los momentos donde los árboles alcanzan la madurez biológica y provee información que es de utilidad para la planificación de una apropiada corta y renovación del bosque, con miras a obtener una mayor productividad (Perpiñal *et al.*, 1995).

Para describir el comportamiento del crecimiento biológico de individuos se dispone de dos tipos de modelos: los empíricos y los mecanísticos; la diferencia entre ellos radica en que el primero describe el comportamiento de la variable de respuesta (porción sistemática del modelo) de manera empírica, es decir a partir de las observaciones disponibles y sin intentar definir las causas o explicar biológicamente el fenómeno (Vanclay, 1994) y el segundo, llamado usualmente modelo biológico, expresa una hipótesis precisa respecto de la biología del proceso de crecimiento (Amaral, 1978, citado por Prodan, 1997). Una familia importante de estos modelos se derivan a partir de conceptualizar el crecimiento como la diferencia entre la síntesis y la degradación de materiales biológicos. De entre los modelos biológicos el más utilizado es el modelo de Chapman Richards (Perpiñal *et al.*, 1995; Giménez *et al.*, 1995).

La finalidad de este trabajo es la modelización del crecimiento en radio, de *Aspidosperma quebracho-blanco* Schlecht (quebracho blanco) utilizando dos modelos de efectos fijos: el biológico de Chapman Richards y un modelo empírico como es el polinomial.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los datos fueron obtenidos de 10 ejemplares adultos de *Aspidosperma quebracho-blanco* Schlecht, Apocynaceae (quebracho blanco), con diámetros a 1,30 m del suelo, que varían entre 15 y 55 cm. Ellos fueron seleccionados al azar de una muestra de árboles de distintos tamaños también tomada aleatoriamente de entre los árboles que cumplían las siguientes características: adultos (diámetro a la altura de pecho superior a 15 cm, con corteza); calidad del fuste (sin defectos); posición social (árbol dominante); tipo de copa (simétrica) y vitalidad (sano).

Los árboles seleccionados fueron apeados y de ellos se extrajeron secciones transversales de 5 cm de espesor a la altura de 0,30 m.

Las muestras se trabajaron con cepilladora, lijadora de banda y orbital con juego de lijas de granulometría de 600 a 100, hasta obtener una superficie lisa que demarque con la mayor fidelidad los anillos de crecimiento (Giménez, 1998). Se determinaron las orientaciones Norte, Sur, Este y Oeste, y la marcación y medición de anillos se efectuó con el equi-

po computarizado ANIOL y el Programa CATRAS (Aniol, 1991). En este procedimiento se consignó número de años, y espesor del anillo con una precisión de centésima de milímetro; se efectuaron las mediciones de la corteza a la médula y se sincronizaron los anillos manualmente y por cuadrantes, a fin de obtener una diferencia de edad (± 2 años) (Giménez, 1998; Moglia, 1999).

Debido a que las especies nativas muestran una alta variabilidad en los valores de espesores de anillos de crecimiento anuales se separó la señal de interés (aquellas debidas al crecimiento biológico) de las señales debidas al clima, disturbios propios del bosque (ruidos) usando un suavizado de los datos de las series (Perpiñal *et al.*, 1995).

Para cada árbol se midió el espesor de anillos de crecimiento o incrementos radiales (IR) y a partir de ellos se obtuvieron los incrementos radiales suavizados (IRS).

Los incrementos radiales (IR) fueron acumulados en relación a la edad del individuo para obtener curvas de rendimiento o incrementos radiales acumulados (IRA). Los IRA se obtuvieron sumando al IR en cada edad, el IR correspondiente al año anterior.

Para el suavizado se usó el filtro de Cleveland (Velleman, 1980) que involucra regresiones robustas ponderadas localmente (algoritmo LOWES de Cleveland con una tensión para el suavizado de 0.66) (SYSTAT, 1977) y un filtro basado en medias móviles de tamaño de ventana igual a 7 años (InfoStat, 2001). Ambos representan filtros de baja frecuencia ya que permiten rescatar la tendencia a largo plazo, la cual supuestamente refleja la debida a la edad del árbol. Es importante notar que el procedimiento de suavizado introduce nuevas dependencias entre las observaciones provenientes de un mismo individuo. El primer filtro es más rígido y, por tanto, generó mayor correlación entre los valores de las series suavizadas. El segundo permitió rescatar la tendencia general imponiendo menor nivel de estructura entre los datos por lo cual fue seleccionado para producir las series de ancho de anillos suavizadas.

Kiviste (1988), citado por Prodan (1997) describe 75 ecuaciones de crecimiento biológico, muchas de ellas no lineales en sus parámetros; la familia de las ecuaciones no lineales asintóticas también se usan para modelar el crecimiento de especies forestales (Alder, 1980). Estas funciones pueden ser utilizadas en su forma integral (función de rendimiento) y/o en

su forma diferencial (función de crecimiento). Esta familia incluye, entre otras, la siguiente ecuación para modelar la porción sistemática de una curva de crecimiento.

Ecuación de Chapman-Richards:

$$Y = Y_{max} \left(1 - \beta e^{-\gamma t} \right)^\eta$$

donde: Y es el tamaño del organismo en el tiempo t , Y_{max} es el tamaño máximo asintótico (valor de $F(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$), t es el tiempo y β , γ y η son, además de Y_{max} , constantes desconocidas. El parámetro β esta relacionado a los valores iniciales, su signo está en función de η .

Esta función generalmente se utiliza asumiendo que la distribución de las lecturas de ancho de anillos para diferentes edades tiene la misma varianza y que las observaciones son independientes. Diferentes algoritmos de optimización numérica (Press *et al.*, 1986) se utilizan para obtener estimadores de los parámetros de la ecuación de crecimiento; éstos necesitan comenzar la búsqueda de estimadores para el conjunto de parámetros asumiendo un valor inicial para los mismos; si γ se supone conocido, en primera instancia, se puede obtener una estimación inicial de Y_{max} y η por regresión lineal simple usando mínimos cuadrados y transformaciones logaritmo sobre la ecuación de rendimiento (Alder, 1980).

En este trabajo se utilizó el siguiente algoritmo de optimización que involucra dos etapas: 1) búsqueda de una solución aproximada mediante el método *downhill simplex* propuesto por Nelder y Mead (1965) que no requiere la evaluación de derivadas parciales, y 2) iteración numérica de la solución mediante el procedimiento de Levenberg-Marquardt (Press *et al.*, 1986) (InfoStat, 2001).

El modelo polinomial conocido genéricamente como modelo de curva de crecimiento y especialmente tratado por Potthoff y Roy (1964), Khatri (1966) y Grizzle y Allen (1969) expresa el crecimiento como un polinomio en t siendo t la edad del árbol.

Así el valor esperado del crecimiento en el año t es:

$$E(Y_t) = \beta_0 t^0 + \beta_1 t^1 + \dots + \beta_{q-1} t^{q-1},$$

con $t = t_1, t_2, \dots, t_p$, $p > q-1$; $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{q-1})$ es el vector de coeficientes de regresión de la curva de crecimiento individual o poblacional según se haya realizado el ajuste por individuo o para el grupo de

individuos.

RESULTADOS

En el cuadro 1 se presentan los estadísticos obtenidos a partir del análisis descriptivo unidimensional realizado con los incrementos en radio acumulados promedio para cada uno de los 50 primeros años de vida de los árboles. En dicho cuadro puede observarse que los mayores coeficientes de variación corresponden a las primeras lecturas, lo que refleja la dificultad de la lectura de ancho de anillos en la zona medular.

Los valores de crecimiento poblacional en cada año se distribuyeron normalmente a excepción de los primeros años donde muy probablemente la falta de normalidad se deba a la presencia de algunos valores extremos relacionados más a causas externas que con una característica poblacional. Se observó una tendencia de la variabilidad del crecimiento anual a aumentar a lo largo del tiempo y de los CV a permanecer relativamente constantes.

Con los espesores de anillos de crecimiento suavizados se realizó para cada árbol el ajuste a la ecuación de crecimiento de Chapman-Richards (forma derivada).

Las estimaciones de los parámetros de la ecuación se presentan en el Cuadro 2; se eliminaron del análisis algunos árboles (2, 8 y 10) por estar enmascarada la señal de crecimiento. El proceso iterativo de optimización terminó exitosamente para todas las series ajustadas. El error absoluto medio (MAE) y los gráficos de residuos *versus* valores estimados fueron usados como medida de ajuste.

El estadístico de Durbin-Watson fue en todos los casos cercano a cero confirmando la presencia de correlación en la serie de observaciones sobre un mismo individuo.

Los errores estándares de los estimadores fueron altos en muchos árboles, especialmente aquellos asociados al parámetro de forma (η). La correlación entre los estimadores de los parámetros del modelo fue también alta en todos los casos dificultando una interpretación univariada (parámetro por parámetro) entre los ajustes.

Los valores estimados para los parámetros en el ajuste del modelo de Chapman-Richards sobre el conjunto de árboles de Quebracho blanco (modelo poblacional o marginal) fueron 322,76, 0,0023, 1,58

Cuadro 1. Análisis descriptivo unidimensional de la media del Incremento Radial Acumulado (IRA) observado en 10 ejemplares de Q. blanco, para cada uno de los 50 primeros años de vida.

Edad	Media (cm)	Mediana (cm)	S (cm)	CV (%)	Prob. SW
1	0,12	0,11	0,06	47,99	0,04573
2	0,25	0,24	0,08	32,00	0,30517
3	0,39	0,39	0,10	25,64	0,74119
4	0,55	0,53	0,14	25,45	0,05484
5	0,72	0,68	0,17	23,61	0,12807
6	0,92	0,86	0,20	21,74	0,18078
7	1,11	1,05	0,21	18,92	0,26754
8	1,28	1,21	0,21	16,41	0,22851
9	1,47	1,45	0,23	15,65	0,47965
10	1,65	1,64	0,25	15,15	0,41443
11	1,87	1,85	0,27	14,44	0,54881
12	2,06	2,07	0,28	13,59	0,70500
13	2,26	2,25	0,30	13,27	0,84546
14	2,47	2,42	0,33	13,36	0,36139
15	2,68	2,61	0,36	13,43	0,45297
16	2,90	2,79	0,38	13,10	0,31025
17	3,11	3,01	0,40	12,86	0,28133
18	3,34	3,20	0,47	14,07	0,23117
19	3,59	3,47	0,53	14,76	0,36171
20	3,80	3,69	0,56	14,74	0,54012
21	4,04	3,89	0,58	14,36	0,60092
22	4,27	4,12	0,63	14,75	0,60628
23	4,48	4,34	0,68	15,18	0,66123
24	4,68	4,54	0,72	15,38	0,49442
Edad	Media (cm)	Mediana (cm)	S (cm)	CV (%)	Prob. SW
26	5,13	4,99	0,78	15,20	0,54650
27	5,32	5,17	0,84	15,79	0,55819
28	5,53	5,35	0,89	16,09	0,49439
29	5,75	5,59	0,90	15,65	0,40738
30	5,95	5,78	0,92	15,46	0,45820
31	6,18	6,07	0,96	15,53	0,50484
32	6,39	6,30	0,99	15,49	0,56828
33	6,60	6,49	1,02	15,45	0,63323
34	6,83	6,62	1,09	15,96	0,60282
35	7,06	6,82	1,12	15,86	0,62063
36	7,30	7,07	1,15	15,75	0,72732
37	7,56	7,38	1,19	15,74	0,77769
38	7,78	7,59	1,20	15,42	0,89446
39	8,00	7,77	1,23	15,38	0,93078
40	8,26	8,11	1,24	15,01	0,98469
41	8,50	8,34	1,26	14,82	0,99151
42	8,74	8,61	1,28	14,65	0,99028
43	8,97	8,83	1,29	14,38	0,98208
44	9,22	9,10	1,30	14,10	0,97322
45	9,47	9,36	1,35	14,26	0,95775
46	9,69	9,60	1,36	14,04	0,93682
47	9,92	9,83	1,36	13,71	0,90409
48	10,19	10,15	1,37	13,44	0,84855
49	10,45	10,42	1,39	13,30	0,80320
50	10,70	10,63	1,43	13,36	0,72648

Prob SW: probabilidad asociada del test de Shapiro-Wilks

y $-0,97$ para Y_{max} , γ , η y β , respectivamente siendo en todos los casos, altamente significativos. La Figura 1 muestra los valores estimados en función de la edad y el gráfico de residuos *versus* valores estimados para este modelo se indican en la Figura 2. La edad promedio de los árboles estudiados en esta especie fue 70 años con una amplitud entre 52 y 77 años. Recién después de los 50 años se comienza a evidenciar una disminución en la tasa de crecimiento (Figura 1).

Con los mismos espesores de anillos suavizados

Cuadro 2. Estimación de parámetros obtenidos al ajustar la ecuación de Chapman-Richards sobre los espesores de anillos de crecimiento anuales en árboles de Quebracho blanco.

Árbol	Y_{max}	γ	η	β
1	373,95	0,0016	1,34	-1
3	343,52	0,0011	1,23	-1
4	357,10	0,0022	1,66	-0,97
5	309,77	0,01	6,36	-0,51
6	238,68	0,01	4,69	-0,56
7	521,57	0,01	-4,10	1,98
9	199,12	0,02	-3,05	2,48

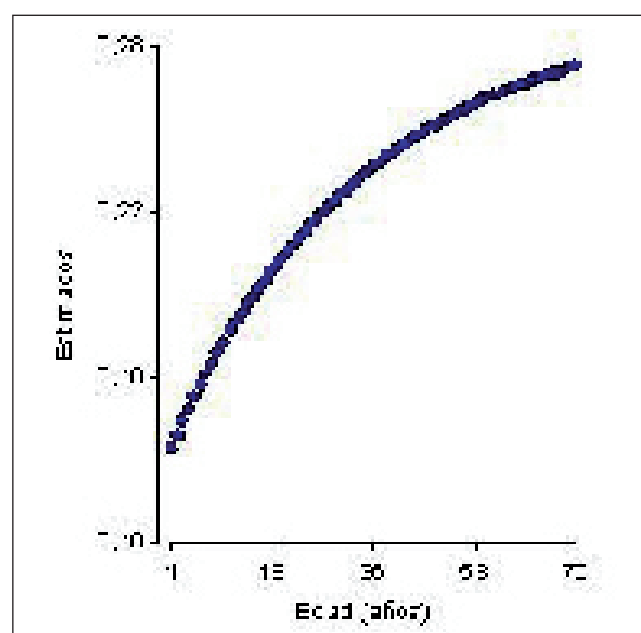


Figura 1. Valores estimados para los espesores de anillos de crecimiento anuales obtenidos en el ajuste del modelo de Chapman-Richards sobre el conjunto de árboles de Quebracho blanco.

(series individuales) se efectuó el ajuste de modelos empíricos de regresión lineal múltiple (modelo polinomial) por mínimos cuadrados ordinarios asumiendo términos de error i.i.d; este modelo es usualmente conocido como modelo lineal general (Graybill, 1976). El Cuadro 3 presenta los estimadores de los coeficientes de los polinomios que mejor ajustaron a cada serie de ancho de anillos.

Gráficos de los residuos para cada ajuste individual mostraron patrones muy similares a los obtenidos para el ajuste de Chapman-Richards. El estadístico de Durbin-Watson fue también aquí cercano a cero (correlación en la serie de observaciones sobre un mismo individuo).

La regresión polinómica ajustada sobre el conjunto de árboles de esta especie fue $y = 0,1418 + 0,0035 t - 0,000022 t^2$ (R^2 ajustado = 0,55)

Los residuos de la regresión polinómica se observa en la Figura 3. La falta de aleatoriedad en la distribución de los mismos sugiere problemas con el ajuste.

A fin de comparar los dos modelos abordados, se realizó el estudio de la secuencia de los signos en ambos ajustes para clases de edad cada 10 años (Cuadro 4).

Al realizar la prueba de los signos (Draper y Smith, 1981) se encuentra, para la prueba de aleatoriedad de los signos, un $p=0,543$ para el modelo

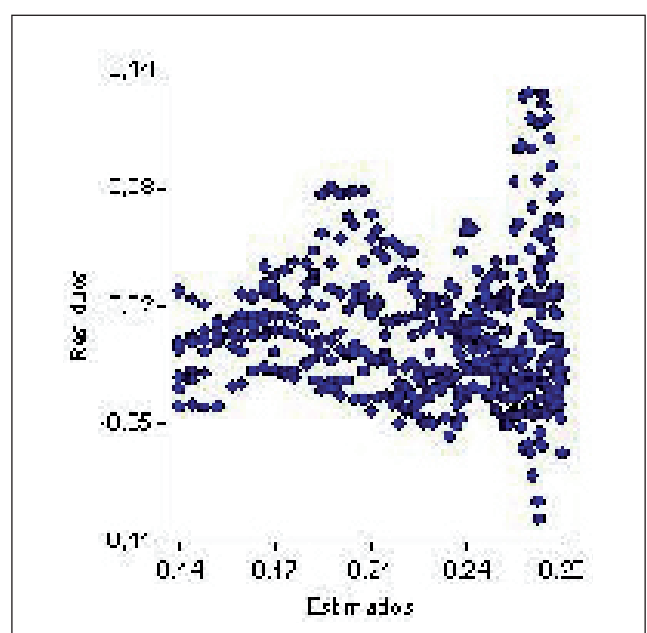


Figura 2. Residuos obtenidos en el ajuste del modelo de Chapman-Richards sobre el conjunto de árboles de Quebracho blanco.

Cuadro 3. Estimación de parámetros obtenidos al ajustar un modelo polinómico sobre los espesores de anillos de crecimiento anuales en árboles de Quebracho blanco.

Árbol	Polinomio ¹	R ² ajustado	Vector de parámetros Estimado	Error Estándar de las Estimaciones
1	Cua	0,669	$\beta_{0=}$ 0,120125 $\beta_{1=}$ 0,007203 $\beta_{2=}$ -0,000073	0,01379 0,000978 0,0000146
3	Cua	0,892	$\beta_{0=}$ 0,096421 $\beta_{1=}$ 0,006061 $\beta_{2=}$ -0,000076	0,00459 0,000358 0,0000059
4	Cua	0,832	$\beta_{0=}$ 0,134816 $\beta_{1=}$ 0,004635 $\beta_{2=}$ -0,000036	0,00698 0,00043 0,0000057
5	Cua	0,822	$\beta_{0=}$ 0,123701 $\beta_{1=}$ 0,003177 $\beta_{2=}$ -0,0000138	0,00769 0,000461 0,0000058
6	Lin	0,889	$\beta_{0=}$ 0,160601 $\beta_{1=}$ 0,001465	0,00267 0,000060
7	Lin	0,700	$\beta_{0=}$ 0,174041 $\beta_{1=}$ 0,002660	0,00850 0,000214
9	Cua	0,603	$\beta_{0=}$ 0,140756 $\beta_{1=}$ 0,004104 $\beta_{2=}$ -0,0000438	0,00714 0,000433 0,0000055

1: Cua: cuadrático; Lin: lineal

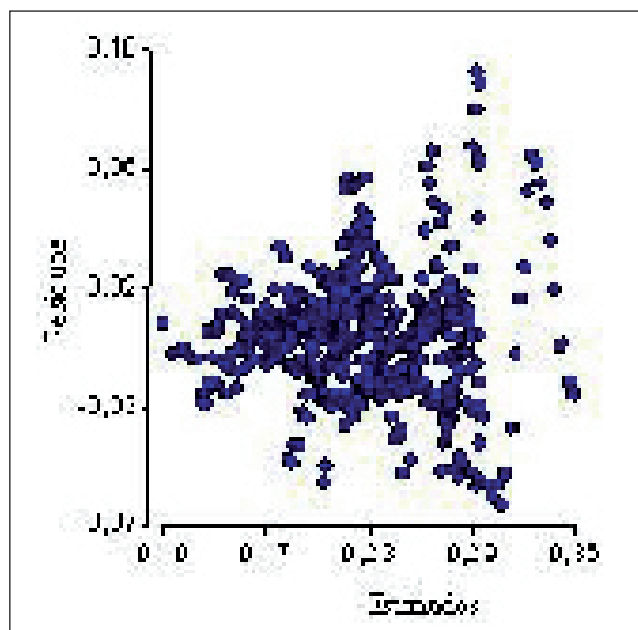


Figura 3. Residuos obtenidos en el ajuste del modelo polinómico de segundo orden sobre el conjunto de árboles de Q. blanco.

Cuadro 4. Secuencia de signos para cada clase de edad en los dos modelos desarrollados: Chapman Richards y polinomial. Especie: Q. blanco.

Clases de edad	Modelos	
	Chapman richards	Polinomial
	Media de errores	Media de errores
1 - 10	0,1324	-0,0056
10 - 20	0,0118	0,0132
20 - 30	-0,0027	-0,0006
30 - 40	-0,0062	-0,0058
40 - 50	-0,0053	-0,00069
50 - 60	0,0055	0,0024
60 - 70	0,0077	0,0045

polinomial contra un $p=0,200$ para el modelo de Chapman Richards por lo cual se selecciona el primero como el más conveniente de los dos tratados en este trabajo.

Para visualizar gráficamente la posible edad de culminación biológica, se representó en la Figura 4 los incrementos corrientes y los incrementos medios con el modelo seleccionado. En la misma se puede observar que tienden a aproximarse muy lentamente sin poder precisar exactamente la edad en la que se igualarán.

Considerando los problemas en el ajuste sugeridos por los gráficos de residuos *versus* valores estimados, estos dos modelos no parecen ser los más apropiados para describir el crecimiento del Quebracho blanco ya que en este trabajo no se contempla la estructura de correlación subyacente originada en mediciones repetidas en el tiempo sobre un mismo árbol (Juárez de Galíndez y Balzarini, 2003).

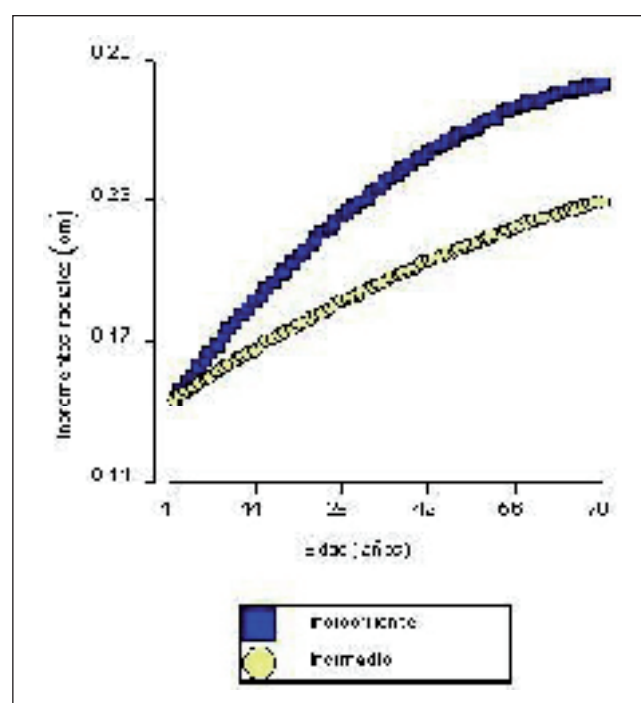


Figura 4. Incremento corriente e incremento medio en función de la edad. Q. blanco.

DISCUSIÓN

En este trabajo se modelan la serie de ancho de anillos de crecimiento corriente suavizada en coincidencia con Perpiñal *et al.* (1995). Con la finalidad de eliminar variaciones de alta frecuencia, como las que es más probable que el agente causal haya sido el clima y/o disturbios del bosque (quema, competencia por recursos, enfermedades, etc.) y dentro de las causas externas, el efecto del fuego y ataque de hongos, podredumbre y asociaciones con otras especies, que la edad del árbol (Giménez, 1994; Bravo *et al.*, 1995) se realizó *a priori* el suavizado de las series individuales.

La estrategia de modelización abordó modelos de efectos fijos tanto del tipo mecánico como empírico. En ambos casos las suposiciones sobre los términos de error fueron simplistas, i.e. las lecturas de ancho de anillos se consideran como variables aleatorias normales, independientes y de igual varianza. En una primera instancia se modelaron las funciones de crecimiento acumulado y corriente usando las formas integradas y derivadas de la ecuación de crecimiento. Los gráficos de residuos mostraron menos estructura, i.e. patrón de dispersión aleatorio, cuando se utilizó el crecimiento corriente, lo cual es natural si se piensa que se eliminó la correlación introducida por el mismo proceso de acumulación.

Trabajando con los crecimientos corrientes, en todos los árboles se observó mejor distribución de residuos en función de valores estimados.

Para la especie involucrada en este estudio, el modelo de Chapman Richards logró ajustar a las series de árboles individuales pero los errores estándar de las estimaciones de los parámetros del modelo fueron generalmente altos y la interpretación de los mismos no fue sencilla debida a la alta correlación entre ellos. El ajuste de un modelo poblacional para cada especie fue computacionalmente costoso y algunos árboles (con comportamientos más atípicos) debieron ser eliminados para lograr convergencia del procedimiento de estimación.

Se trabajó con la ecuación que involucra 4 parámetros porque el modelo adquiere mayor flexibilidad para describir una gran variedad de patrones de curvas de crecimiento (Van Laar, 1991). Sin embargo esta sobreparametrización dificulta las interpretaciones de las estimaciones de los parámetros que tienen sentido desde un punto de vista práctico (Juárez de Galíndez *et al.*, 2005). Para el Quebracho

blanco la disminución de la tasa de crecimiento comienza a observarse después de los 50 años.

Modelos polinomiales de bajo orden (2 ó 3) permitieron ajustar todos los datos de series individuales y el de segundo orden fue el apropiado para esta especie asociado a supuestos de homogeneidad e independencia sobre la matriz de varianza-covarianza de las variables aleatorias observables según la primera formulación establecida por Potthoff y Roy en 1964. La ecuación obtenida mejora los valores MAE respecto a Chapman-Richards pero, como es de esperar, se siguieron evidenciando problemas de correlación en las series de observaciones. El orden del polinomio encontrado coincide con los encontrados para especies nativas por Lencinas (1993); Giménez (1998) y Giménez *et al.* (2001).

No obstante ser modelos empíricos, los modelos polinomiales de bajo orden proveen de importante información biológica a partir de sus parámetros (Van Laar, 1991). El coeficiente de orden 1 se relaciona con la velocidad de crecimiento y el de orden 2 con la disminución de la misma al aproximarse la edad de culminación biológica (crecimiento corriente inferior al crecimiento promedio). Con el modelo polinomial de segundo orden, el incremento radial anual promedio para Q. blanco es de 1,5 mm; este valor es menor al reportado por Moglia y López (1995), que encontraron que el espesor medio de anillos se encuentra en el intervalo 2,09-2,97 mm. Esto quizás sea debido a que los citados autores no eliminaron “ruidos” en las observaciones mediante el suavizado.

Si bien se trabajó con estos dos modelos utilizados ampliamente en la literatura forestal, Juárez de Galíndez y Balzarini (2003) demuestran que para esta especie es más adecuado el ajuste en el marco de los modelos mixtos. Dichos autores obtienen como más eficiente para esta especie nativa, el modelo con efectos aleatorios asociados a cada parámetro de un polinomio de segundo orden.

CONCLUSIONES

El modelo polinomial se seleccionó como el mejor debido a que:

- La media de los errores es menor que en Chapman Richards.
- Hay una mejor alternancia de signos de los residuos en el modelo polinomial.

c) Por el principio de parsimonia.

Sin embargo, se propone abordar en adelante las curvas de crecimiento de esta especie empleando modelos mixtos (Litell *et al.*, 1996) a fin de modelar las correlaciones entre observaciones provenientes de un mismo individuo e incorporar la alta variabilidad existente entre las curvas de crecimiento en diámetro de distintos árboles de una misma especie en bosques nativos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALDER, D. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. *Estudio FAO: Montes*. Volumen 2.
- AMARAL, S. 1978. *Studies in growth and yield estimation for Pinus taeda L. Plantations in the State Paraná*. Brasil. Ph.D. Thesis. Univ. of Washington.
- ANIOL, R. 1991. *Computer Aided Tree Rings Analysis System, User Manual*. Schleswig, F.R.G. Alemania.
- BRAVO, S., A. GIMENEZ y C. KUNTZ. 1995. *Efectos del fuego sobre patrones de crecimiento en leñosas de la región chaqueña*. Taller INTA. Incendios forestales. 18 p.
- DRAPER, N y H. SMITH. 1981. *Applied Regresión Análisis*, Second Edition. 709 p.
- GIMÉNEZ, A. M. 1994. Efecto de incendios forestales en el crecimiento de *Prosopis kuntzei*. *Actas del Primer Congreso Forestal Latinoamericano*, Paraná.
- GIMÉNEZ, A., N. RÍOS, C. GAILLARD DE BENÍTEZ y M. PECE. 1995. Estudio de crecimiento en *Prosopis nigra*. *Reunión Nacional de Prosopis*. Sgo. del Estero.
- GIMÉNEZ, A. M. 1998. *Influencia de la Edad sobre caracteres anatómicos y el crecimiento de Schinopsis quebracho colorado Engl., Anacardiaceae*. Tesis Doctoral.
- GIMÉNEZ, A., N. RÍOS, G. MOGLIA, P. HERNÁNDEZ y S. BRAVO. 2001. Estudio de magnitudes dendrométricas en función de la edad en *Prosopis alba*. Griseb., Algarrobo blanco, *Mimosaceae*. *Revista Forestal Venezolana* 45: 175-183.
- GRAYBILL, F. A. 1976. *Theory and Application of the Linear Model*. Wadsworth Publishing Company. 704 pp.
- GRIZZLE, J. E. y D. M. ALLEN. 1969. Analysis of growth and dose response curves. *Biometrics* 25: 357-381.
- INFOSTAT. 2001. *Manual del Usuario, versión estudiantil*. Ed. Triunfar S.A., 103 pp.

- KHATRI, C. A. 1966. A note on a MANOVA model applied to problems in growth curves. *Ann. Inst. Stat. Math.* 18,75-86.
- KIVISTE, A. K. 1988. Mathematical functions of forest growth. *Growth* 29:233-238.
- JUÁREZ DE GALÍNDEZ, M. y M. BALZARINI. 2003. Modelación de la estructura de covarianza entre observaciones de un mismo individuo en modelos de curvas de crecimiento arbóreo. *Revista de la SAE* (online). V 17 N°1-2 .2003.
- JUÁREZ DE GALÍNDEZ, M., A. GIMÉNEZ, M., N. RÍOS N. y M. BALZARINI. 2005. Modelación de crecimiento en *Prosopis alba* Griseb. empleando dos modelos biológicos. *Revista Quebracho* N° 12. pag.34.
- LENCINAS, J. D. 1993. *Análisis epidémico de árboles dominantes de Quebracho colorado y estudio de la estructura del rodal en el Chaco Seco*. Trabajo Final de la carrera de Ingeniería Forestal.
- LITTELL, R. C., G. A. MILLIKEN, W. W. STROUP y R. D. WOLFINGER. 1996. *SAS System for Mixed Models*. Cary, N.C.: SAS Institute Inc.633pgs.
- MOGLIA DE LUGONES, J. G. y C. LÓPEZ. 1995. Crecimiento radial en *Aspidosperma quebracho blanco*. *Informe anual*. CICYT. UNSE.
- MOGLIA DE LUGONES, J. G. 1999. *Variabilidad de los caracteres anatómicos del leño de Aspidosperma quebracho blanco (Schelkt), Apocinácea*. Tesis doctoral.
- NELDER J. A. y R. MEAD. 1965. Downhill simplex method in multidimensions. *Computer Journal* 7:308.
- PERPIÑAL, E., M. BALZARINI, L. PIETRATELLI y L. CATALÁN. 1995. Crecimiento de *Prosopis flexuosa* en Montes Naturales del Chaco Árido. Monetización sobre series temporales de ancho de anillos de crecimiento. Investigación Agraria. *Sistemas y Recursos Forestales*. Vol. 4(1). Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación.
- POTTHOFF, R. y S. N. ROY. 1964. A generalized multivariate analysis of variance models useful especially for growth curve problems. *Biometrika*, 51, 313-326.
- PRESS, W. H., P. FLAMERY, y W. T. VETTERLING. 1986. *Numerical recipes*. Cambridge University Press. 818 p.
- PRODAN, M. 1993. Discurso pronunciado en la Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Austral de Chile, Valdivia. *Revista Quebracho* (4):51-55
- PRODAN, M.; R. PETERS, F. COX, y P. REAL. 1997. *Mensura Forestal*. Proyecto IICA/GTZ sobre Agricultura, Recursos Naturales y Desarrollo sostenible. 561 pp.
- SYSTAT. 1977. *The System for Statistics Inc.*415 p.
- THREN, M y H. ZERDA. 1994. *Inventario Forestal de la Provincia de Santiago del Estero*. Departamentos Copo y Alberdi. CFI-UNSE-GTZ. Sgo. del Estero.
- VANCLAY, J. 1994. *Modeling Forest Growth and Yield*. 312 pp
- VAN LAAR, A. 1991. *Forest Biometry*. Sappy Forest. University of Stellenbosch.
- VELLEMAN, P. 1980. Definition and Comparison of Robus Nonlinear Data Smoothing Algorithms. *JASA*, 75(371):609-615.